المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد



الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

اليوم الأول

اليوم الثاني

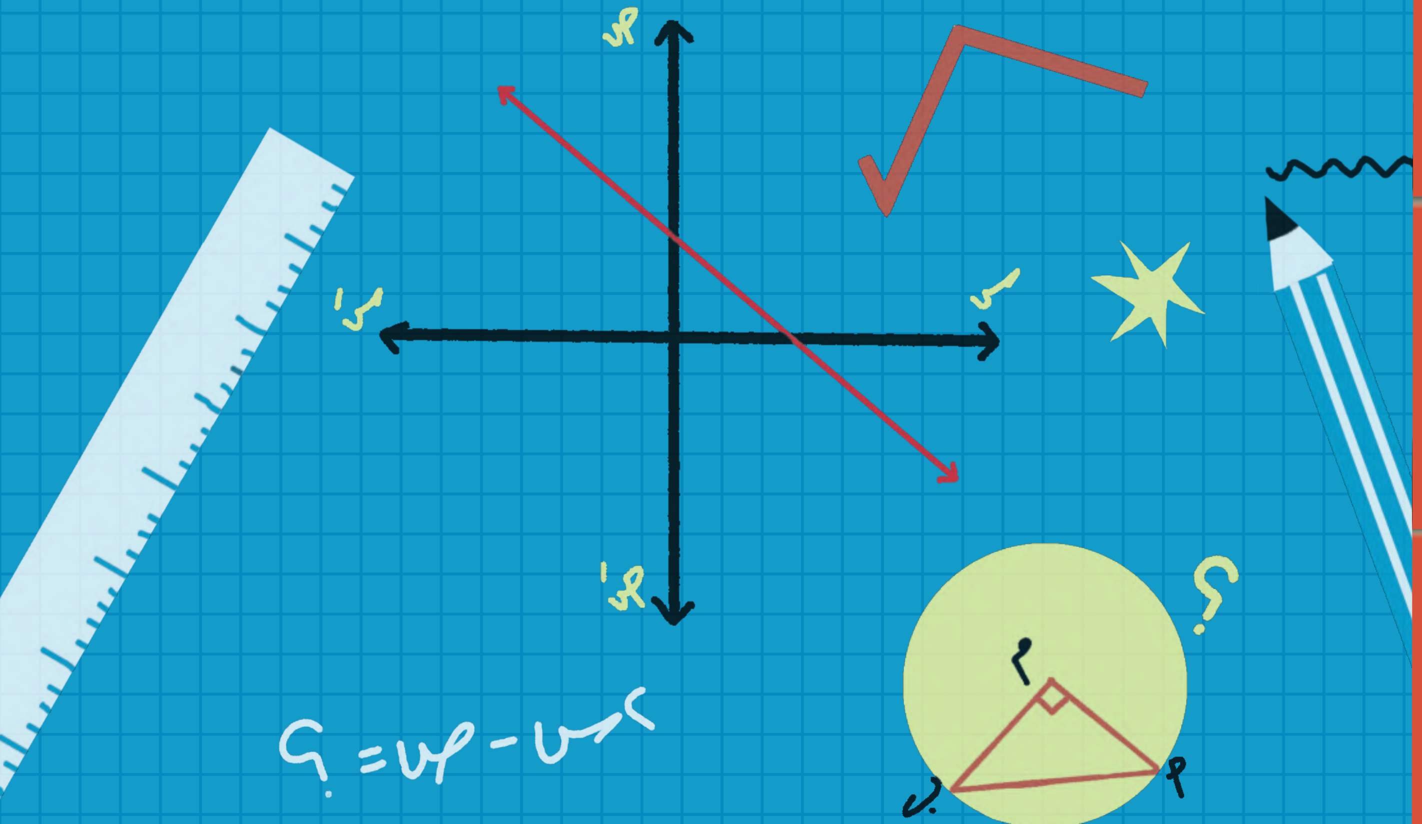
اليوم الثالث

اليوم الرابع

اليوم الخامس

اليوم السادس

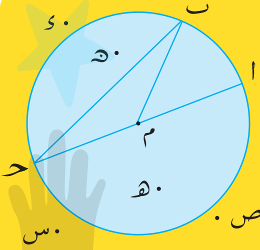
اليوم السابع



الهندســـة

تعاريف ومفاهيم أساسية

تذكر أن :



- **الدائرة :** هى مجموعة نقط المستوى التى تبعد بعدًا ثابتًا عن نقطة ثابتة فى المستوى (م) وتسمى هذه النقطة (مركز الدائرة)، ويسمى البعد الثابت م أ (طول نصف قطر الدائرة) ويرمز له بالرمز (نق).
- **تجزئة المستوى :** الدائرة تجزئ المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقط .
  (١) مجموعة النقط (داخل الدائرة) ومنها مجموعة النقط : { م ، هـ ، ه ، .... }
  (٢) مجموعة النقط (على الدائرة) ومنها مجموعة النقط : { أ ، ب ، حـ ، .... }
  (٣) مجموعة النقط (خارج الدائرة) ومنها مجموعة النقط : { ء ، س ، ص ، .... }
- **نصف قطر الدائرة (م أ):** هو القطعة المستقيمة التى طرفاها (أى نهايتاها) مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة وطوله = نق .
- **وتر الدائرة (ب حـ) :** هو القطعة المستقيمة التى طرفاها (أى نهايتاها) أىُّ نقطتين على الدائرة .
- **قطر الدائرة (أ حـ) :** هو الوتر المار بمركز الدائرة وهو أكبر الأوتار طولًا فى الدائرة ، وطوله = ٢ نق .

* للدائرة الواحدة عدد لا نهائى من الأقطار وجميعها متساوية فى الطول .

- **سطح الدائرة :** هو مجموعة نقط الدائرة ∪ مجموعة النقط داخل الدائرة

محيط الدائرة = ٢ π نق ، مساحة الدائرة = π نق^2

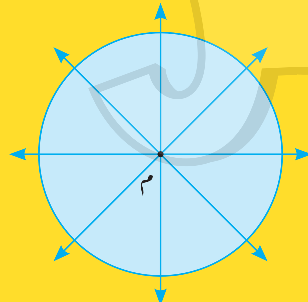
حيث نق هو طول نصف قطر الدائرة ، π = ط = $\frac{٢٢}{٧}$ أ، ٣,١٤

* فمثلًا : الدائرة التى طول نصف قطرها ١٤ سم يكون:

أولًا : محيطها = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ = ٨٨ سم

ثانيًا : مساحتها = π نق^2 = $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٤ = ٦١٦ سم^2

- **التماثل فى الدائرة :**

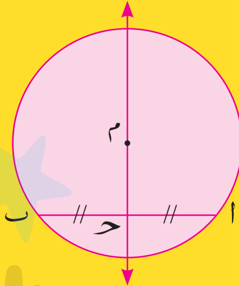


أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها .

إذن : للدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل .

نتائج هامة

(١) المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عموديًّا على هذا الوتر .

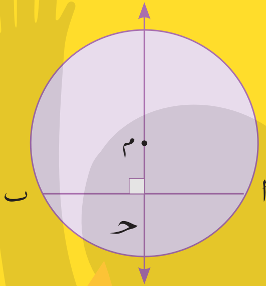


* فى الشكل المقابل :

إذا كان $\overline{\text{اب}}$ وترًا فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{\text{اب}}$

فإن : $\overleftrightarrow{\text{مـ حـ}} \perp \overline{\text{اب}}$

(٢) المستقيم المار بمركز الدائرة ويكون عموديًّا على أى وتر فيها ينصف هذا الوتر .

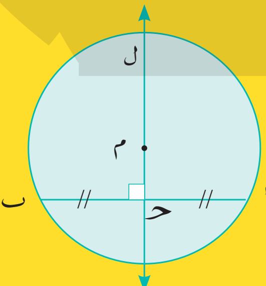


* فى الشكل المقابل :

إذا كان $\overline{\text{اب}}$ وترًا فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{مـ حـ}} \perp \overline{\text{اب}}$

بحيث حـ $\in \overline{\text{اب}}$ فإن : حـ منتصف $\overline{\text{اب}}$

(٣) المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يمر بمركز هذه الدائرة .

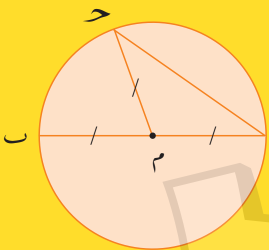


فى الشكل المقابل :

إذا كان $\overline{\text{اب}}$ وترًا فى الدائرة م ، حـ منتصف $\overline{\text{اب}}$ ،

المستقيم ل $\perp \overline{\text{اب}}$ من نقطة حـ فإن : م $\in$ ل

● **ملحوظة مهمة :**



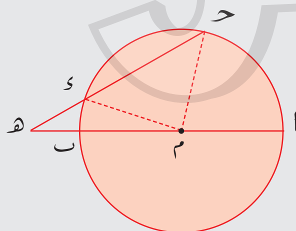
* فى الشكل المقابل : مثلث ا م حـ

ا م + م حـ > ا حـ (متباينة المثلث)

$\because$ م حـ = م ب = نق $\therefore$ ا م + م ب > ا حـ

$\therefore$ ا ب > ا حـ أى أن : القطر $\overline{\text{اب}}$ أكبر من الوتر $\overline{\text{احـ}}$

● **مثال ١ :** فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{اب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{اب}} \cap \overleftarrow{\text{حـ ء}}$ = { هـ } .

أثبت أن :

أولًا : ا هـ > حـ هـ ثانيًا : ء هـ > ب هـ

• **الحـل :** أولًا : نرسم $\overline{مح}$ فى المثلث م حـ هـ

∵ مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث أكبر من طول الضلع الثالث .

∴ م حـ + م هـ > حـ هـ ، ∵ م حـ = م ا

∴ م ا + م هـ > حـ هـ ، ∴ ا هـ > حـ هـ

ثانيًا : نرسم $\overline{ءم}$ فى المثلث ء م هـ ∵ م ء + ء هـ > م هـ

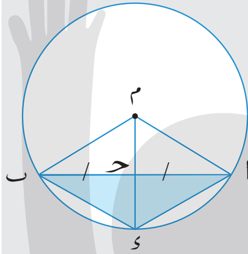
∴ م ء + ء هـ > م ب + ب هـ ∵ م ء = م ب ∴ ء هـ > ب هـ

• **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل :

م دائرة طول قطرها ٣٤ سم ، $\overline{اب}$ وتر فيها طوله ٣٠ سم ،

حـ منتصف $\overline{اب}$ ، $\overrightarrow{مح}$ ∩ الدائرة م = {ء}

أوجد مساحة المثلث ا ء ب



• **الحـل :** ∵ حـ منتصف $\overline{اب}$ ∴ $\overline{مح}$ ⊥ $\overline{اب}$

فى △ م حـ ا : م ا = نق = ١٧ سم ، ا حـ = $\frac{١}{٢}$ ا ب = ١٥ سم

∵ (م حـ)^{٢} = (م ا)^{٢} − (ا حـ)^{٢} ∴ (م حـ)^{٢} = (١٧)^{٢} − (١٥)^{٢}

∴ (م حـ)^{٢} = (١٧ − ١٥) (١٧ + ١٥) = ٢ × ٣٢ = ٦٤

∴ م حـ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم ∵ ء حـ = ١٧ − ٨ = ٩ سم

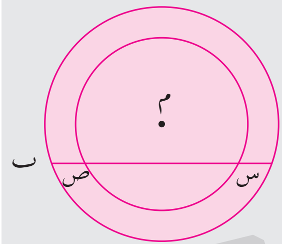
∴ مساحة المثلث ا ء ب = $\frac{١}{٢}$ × ٣٠ × ٩ = ١٣٥ سم^{٢}

• **مثال ٣ :** فى الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{اب}$ وتر فى الدائرة

الكبرى ويقطع الدائرة الصغرى فى س ، ص

أثبت أن : ا س = ب ص



• **الحـل :** نرسم $\overline{مح}$ ⊥ $\overline{اب}$ بحيث $\overline{مح}$ ∩ $\overline{اب}$ = {حـ}

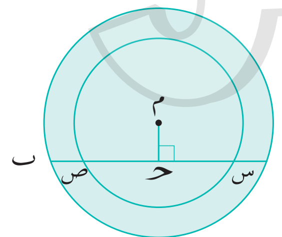
فى الدائرة الكبرى : ∵ $\overline{مح}$ ⊥ $\overline{اب}$

∴ ا حـ = حـ ب .... (١)

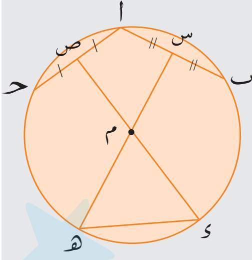
فى الدائرة الصغرى : ∵ $\overline{مح}$ ⊥ $\overline{س ص}$

∴ حـ س = حـ ص .... (٢)

بطرح (٢) من (١) ∴ ا س = ب ص



• **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{احـ}}$ وتران فى الدائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{احـ}}$ على الترتيب ، $\overrightarrow{\text{سم}}$ يقطع الدائرة م فى هـ ، $\overrightarrow{\text{صم}}$ يقطع الدائرة م فى ء ، فإذا كان : ق (∠ ب احـ) = ١٢٠° ، فأثبت أن : ء هـ = نق

• **الحـل :** ∵ س منتصف $\overline{\text{اب}}$ ∴ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{اب}}$

∵ ص منتصف $\overline{\text{احـ}}$ ∴ $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{احـ}}$

فى الشكل الرباعى : ا س م ص

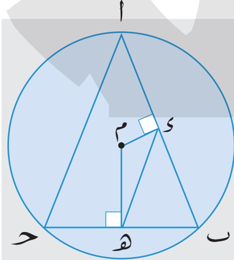
ق (∠ س م ص) = ٣٦٠° − ٣٠٠° = ٦٠°

ق (∠ ء م هـ) = ق (∠ س م ص) = ٦٠° للتقابل بالرأس

فى △ م ء هـ : ∵ م ء = م هـ = نق ، ق (∠ ء م هـ) = ٦٠°

∴ △ م ء هـ متساوى الأضلاع ∴ ء هـ = نق

• **مثال ٥ :** فى الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث حاد الزوايا مرسوم داخل دائرة مركزها م ، فيه اب = ٦ سم ، ب حـ = ٤ سم ، احـ = ٥ سم ، $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

أولًا : أثبت أن : $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{احـ}}$ ثانيًا : أوجد محيط المثلث ء ب هـ

• **الحـل :** أولًا : ∵ $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{اب}}$ ∴ ء منتصف $\overline{\text{اب}}$ ، ب ء = $\frac{1}{2}$ ا ب = ٣ سم .... (١)

∵ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ب هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ = ٢ سم .... (٢)

فى △ ا ب حـ : ء منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{احـ}}$

ثانيًا : فى △ ا ب حـ :

∵ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث وتساوى نصفه .

∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ا حـ = ٢,٥ سم .... (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) : محيط المثلث ء ب هـ = ٣ + ٢ + ٢,٥ = ٧,٥ سم

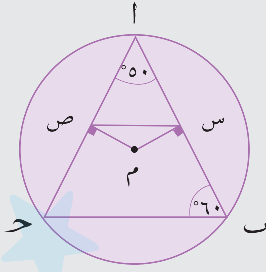
● **مثال ٦ :** فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث حاد الزوايا فيــه : ق(∠ ا) = ٥٠° ،

ق(∠ ب) = ٦٠° ، مرسوم داخل دائرة مركزها م ،

$\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{ا حـ}}$

أوجد قياسات زوايا المثلث م س ص .



● **الحـل :** فى الشكل الرباعى : ا س م ص

∵ ق(∠ س م ص) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٠°)

∴ ق(∠ س م ص) = ٣٦٠° − ٢٣٠° = ١٣٠°

∵ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{ا ب}}$ ∴ س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$

∵ $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{ا حـ}}$ ∴ ص منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$

فى △ ا ب حـ : ∵ س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$ ∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

ق(∠ ا س ص) = ق(∠ ب) = ٦٠° بالتناظر

ق(∠ م س ص) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

فى △ م س ص : ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

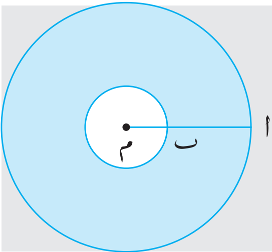
∴ ق(∠ س ص م) = ١٨٠° − (١٣٠° + ٣٠°) = ٢٠°

● **مثال ٧ :** فى الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، م ب = $\frac{١}{٢}$ ا ب

فإذا كانت مساحة الجزء المظلل ٢٠٠ π سم٢

فأوجد طول $\overline{\text{ا ب}}$



● **الحـل :** بفرض أن : طول نصف قطر الدائرة الصغرى م ب = نق

∴ طول نصف قطر الدائرة الكبرى م ا = ٣ نق

∵ مساحة الدائرة الكبرى − مساحة الدائرة الصغرى = ٢٠٠ π

∴ π (٣ نق)٢ − π نق٢ = ٢٠٠ π (بقسمة طرفى المعادلة على π)

∴ ٩ نق٢ − نق٢ = ٢٠٠ ∴ ٨ نق٢ = ٢٠٠ ∴ نق٢ = ٢٥ ∴ نق = ٥

∵ ا ب = ٢ م ب ∴ ا ب = ٢ نق = ١٠ سم .

مسائل على اليوم الأول

أولًا : أكمل ما يأتى :

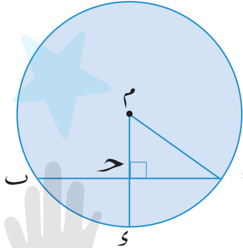
١ فى الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم ، $\overline{أ ب}$ وتر فيها ،

$\overline{م حـ} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م حـ} \cap \overline{أ ب} = \{حـ\}$ ،

$\overrightarrow{م حـ} \cap$ الدائرة م = $\{ء\}$

فإذا كان : حـ ء = ٣ سم ، فإن : أ ب = ... سم .

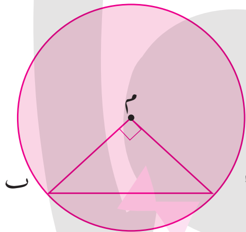


٢ فى الشكل المقابل :

م دائرة ، أ ب = ١٤ $\sqrt{٢}$ سم ، ق ($\angle$ أ م ب) = ٩٠° ، فإن :

أولًا : م أ = ... سم .

ثانيًا : محيط الدائرة = ... سم .

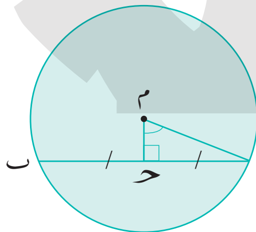


٣ فى الشكل المقابل :

م دائرة ، $\overline{أ ب}$ وتر فيها ، حـ منتصف $\overline{أ ب}$ ،

ق ($\angle$ أ م حـ) = ٦٠° فإذا كان : م حـ = ٣,٥ سم ، $\pi = \frac{٢٢}{٧}$

فإن مساحة الدائرة = ... سم² .



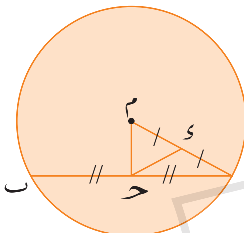
٤ فى الشكل المقابل :

م دائرة ، $\overline{أ ب}$ وتر فيها ، حـ منتصف $\overline{أ ب}$ ،

ء منتصف م أ ، فإذا كان : حـ ء = ٧ سم ، $\pi = \frac{٢٢}{٧}$ ، فإن :

أولًا : محيط الدائرة = ... سم .

ثانيًا : مساحة الدائرة = ... سم² .

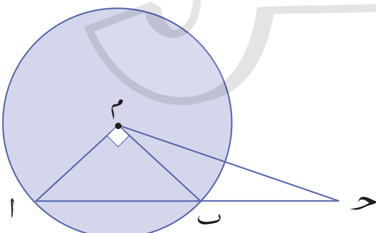


٥ فى الشكل المقابل :

م دائرة ، ق ($\angle$ أ م ب) = ٩٠° ،

أ ب = ١٠ سم ، أ حـ = ١٧ سم

فإن : م حـ = ... سم .

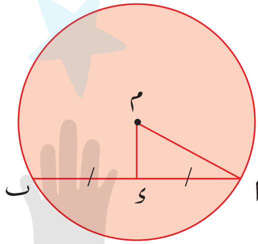


ثانيًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ المستقيم العمودى على وتر فى دائرة بوجه عام ....

(ينصفه أ، يمر بمركز الدائرة أ، يمس الدائرة أ، لا شىء مما سبق)

٢ فى الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{أب}$ ، ق (∠ م أ ء) = ٢٥°

فإن : ق (∠ أ م ء) = ...

(٣٥° أ، ٤٥° أ، ٥٥° أ، ٦٥°)

٣ وتر طوله ٨ سم مرسوم فى دائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإن بعـــد الوتر عن مركز الدائرة = ... سم .

(٢ أ، ٣ أ، ٤ أ، ٦)

٤ أكبر الأوتار فى الدائرة هو ....

(نصف القطر أ، القطر أ، المحيط أ، المماس)

٥ م دائرة طول قطرها ١٠ سم ، أ نقطة على الدائرة ، فإن م أ = ... سم .

(١٠ أ، ٥ أ، ٦ أ، صفر)

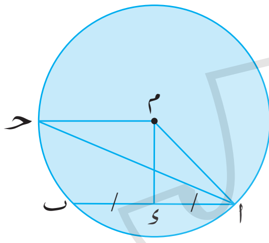
٦ المستقيم العمودى على وتر فى الدائرة مارًّا بالمركز يحقق الآتى ما عدا أنه ....

(ينصف هذا الوتر أ، قطر فى هذه الدائرة أ، محور تماثل فى هذه الدائرة

أ، كل نقطة من نقطه على بعدين متساويين من طرفى هذا الوتر)

ثالثًا : أجب عما يأتى :

١ فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م ، $\overrightarrow{أحـ}$ ينصف ∠ ب أ م ، ويقطع الدائرة فى حـ ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، أثبت أن : ء م ⊥ $\overline{حـ م}$

....

....

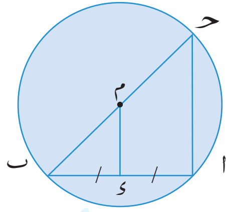
....

....

٢ فى الشكل المقابل : م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ،

$\overline{أب}$ وتر فيها طوله ٨ سم ، $\overline{بحـ}$ قطر فيها ، ى منتصف $\overline{أب}$

أوجد : أولًا : ق (∠ ب أ حـ) ثانيًا : طول $\overline{أحـ}$



....

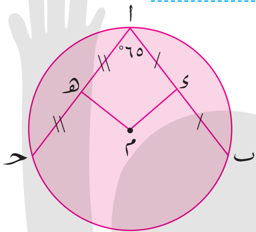
....

....

٣ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران فى الدائرة م ،

ق (∠ ب أ حـ) = ٦٥° ، ى منتصف $\overline{أب}$ ،

هـ منتصف $\overline{أحـ}$. احسب ق (∠ ى م هـ)



....

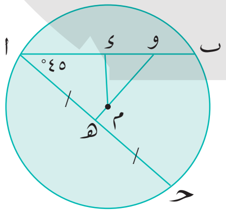
....

....

٤ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران فى الدائرة م ،

ق (∠ ب أ حـ) = ٤٥° ، ى منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$ ،

$\overleftrightarrow{هـم}$ ∩ $\overline{أب}$ = { و } أثبت أن : المثلث ى و م متساوى الساقين .



....

....

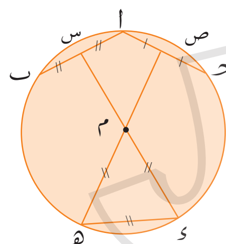
....

٥ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران فى الدائرة م ،

س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أحـ}$ ، رسم $\overrightarrow{سم}$ ، $\overrightarrow{صم}$

فقطعا الدائرة فى ى ، هـ على الترتيب ، فإذا كان المثلث م ى هـ

متساوى الأضلاع . فأوجد : ق (∠ ب أ حـ)



....

....

....

الإجابات

تعاريف ومفاهيم هامة

أولًا : الإكمال :

١ اب = ١٨ سم .

٢ (أولًا) م ا = ١٤ سم . ثانيًا : محيط الدائرة = ٢٨ π سم .

٣ مساحة الدائرة = ٤٩ π سم^2

٤ محيط الدائرة = ٢٨ π سم . مساحة الدائرة = ١٩٦ π سم^2

٥ نرسم $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{ا ب}$ ، م حـ = ١٣ سم .

ثانيًا : الاختيار من متعدد :

١ لا شيء مما سبق . ٢ ٦٥° ٣ ٣ سم

٤ القطر ٥ م ا = ٥ سم ٦ قطر فى هذه الدائرة .

ثالثًا : أجب عما يأتى :

١ م ا حـ مثلث متساوى الساقين ، ق (∠ م حـ ا) = ق (∠ حـ ا ب) متبادلتان .

∴ $\overline{م حـ}$ // $\overline{ا ب}$

∵ ى منتصف $\overline{ا ب}$ ∴ $\overline{م ى}$ ⊥ $\overline{ا ب}$

∴ $\overline{م حـ}$ // $\overline{ا ب}$ ∴ $\overline{ى م}$ ⊥ $\overline{م حـ}$

٢ أولًا : ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠° ثانيًا : ا حـ = ٦ سم .

٣ ق (∠ ى م هـ) = ١٨٠° − ٦٥° = ١١٥°

٤ ∵ هـ منتصف $\overline{ا حـ}$ ∴ $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{ا حـ}$

∵ ى منتصف $\overline{ا ب}$ ∴ $\overline{م ى}$ ⊥ $\overline{ا ب}$

فى الشكل م ى ا هـ ∴ ق (∠ ى م هـ) = ١٣٥°

فى المثلث و هـ ا ∵ ق (∠ هـ) = ٩٠°

∴ ق (∠ هـ و ا) = ٤٥° ، ق (∠ و م ى) = ٤٥°

∴ المثلث ى و م متساوى الساقين .

٥ ق (∠ ب ا حـ) = ١٢٠°

المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد



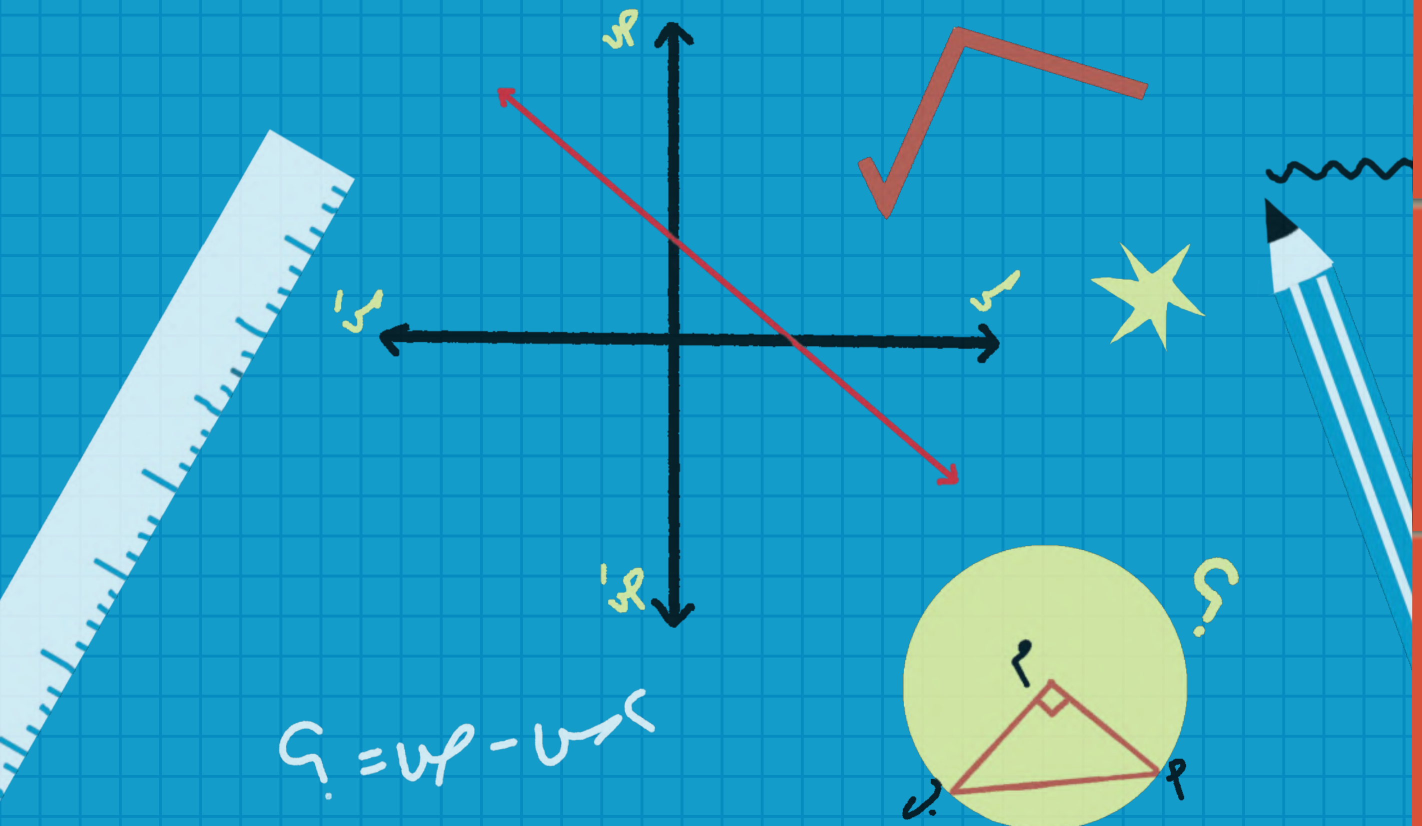
الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني



اليوم الأول
اليوم الثاني
اليوم الثالث
اليوم الرابع
اليوم الخامس
اليوم السادس
اليوم السابع

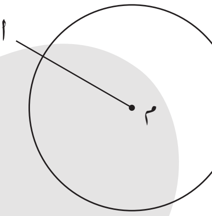
أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة

تذكر أن :

• أولًا : وضع نقطة بالنسبة لدائرة :

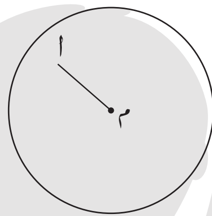
م دائرة طول نصف قطرها نق ، ا نقطة فى مستوى الدائرة .

إذا كان : م ا > نق



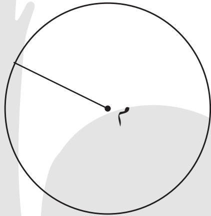
فإن : ا تقع خارج الدائرة م

إذا كان : م ا < نق



فإن : ا تقع داخل الدائرة م

إذا كان : م ا = نق



فإن : ا تقع على الدائرة م

• مثال ١ : م دائرة طول قطرها ٨ سم ، ا نقطة فى مستوى الدائرة ، م ا = (٣ س – ٥) سم ،
أوجد قيمة س فى كل حالة من الحالات الآتية إذا كانت :

أولًا : ا تقع على الدائرة .

ثانيًا : ا تقع داخل الدائرة .   ثالثًا : ا تقع خارج الدائرة .

• الحـــل : ∵ طول قطر الدائرة = ٨ سم   ∴ نق = ٤ سم

أولًا : لكى تقع نقطة ا على الدائرة ، فإن : م ا = ٤ سم

∴ ٣ س – ٥ = ٤

∴ ٣ س = ٩   ∴ س = ٣

ثانيًا : لكى تقع نقطة ا داخل الدائرة ، فإن : م ا < نق

∴ ٣ س – ٥ < ٤

∴ ٣ س < ٩   ∴ س < ٣

ثالثًا : لكى تقع نقطة ا خارج الدائرة ، فإن : م ا > نق

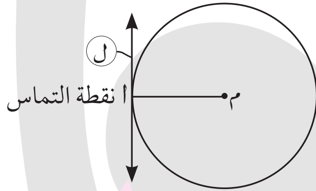
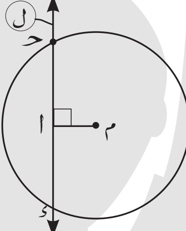
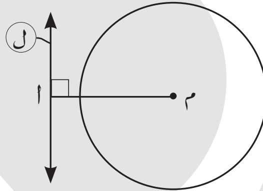
∴ ٣ س – ٥ > ٤

∴ ٣ س > ٩   ∴ س > ٣

تذكر أن :

● **ثانيًا : وضع مستقيم بالنسبة لدائرة :**

م دائرة طول نصف قطرها نق ، ل مستقيم .

إذا كان : م ا = نق	إذا كان : م ا > نق	إذا كان : م ا < نق
أى : ل ∩ م = { ا }	أى : ل ∩ م = { حـ ، ء }	أى : ل ∩ م = ∅
		
فإن : المستقيم ل يكون مماسًّا للدائرة م	فإن : المستقيم ل قاطع للدائرة م	فإن : المستقيم ل يقع خارج الدائرة م

حقـــائق

(١) المماس للدائرة يكون عموديًّا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس .

(٢) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسًّا لها .

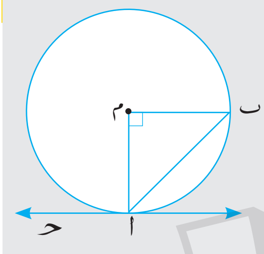
(٣) المماسان المرسومان لدائرة من نهايتى قطر فيها يكونان متوازيين .

● **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل : $\overline{اب}$ وتر فى دائرة مركزها م ،

ق (∠ ا م ب) = ٩٠° ، $\overleftarrow{احـ}$ مماس للدائرة م عند ا .

أولًا : أثبت أن : $\overleftrightarrow{احـ}$ // $\overline{مب}$

ثانيًا : أوجد : ق (∠ ب ا حـ)



● **الحـــل :** أولًا : ∵ $\overline{ما}$ نصف قطر ، $\overleftarrow{احـ}$ مماس ∴ $\overline{ما}$ ⊥ $\overline{احـ}$

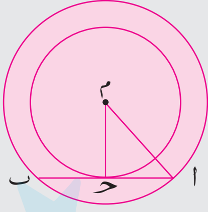
∵ ق (∠ ب م ا) = ق (∠ م ا حـ) = ٩٠° ، وهما متبادلتان .

∴ $\overleftrightarrow{احـ}$ // $\overline{مب}$

ثانيًا : ∵ △ م ا ب قائم الزاوية ومتساوى الساقين .

∴ ق (∠ ب ا م) = ٤٥° ، ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠° + ٤٥° = ١٣٥°

• **مثال ٣ :** فى الشكل المقــابل : دائرتان متحــدتا المركز م ،
$\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى الدائرة الكبرى يمس الدائرة الصغرى
فى حـ ، فإذا كان أ ب = ٢٤ سم ، وطول نصف قطر
الدائرة الصغرى = ٥ سم .
فاحسب طول $\overline{\text{م أ}}$ ، ومساحة الدائرة الكبرى .



• **الحـــل :** ∵ $\overline{\text{م حـ}}$ نصف قطر ، $\overline{\text{أ ب}}$ مماس . ∴ $\overline{\text{م حـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى الدائرة الكبرى ، $\overline{\text{م حـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ∴ حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

فى △ م حـ أ ∵ ق (∠ م حـ أ) = ٩٠°

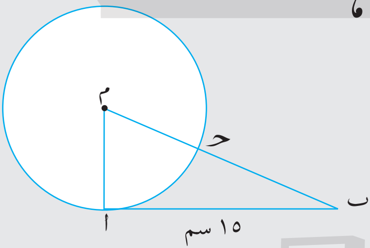
∴ (م أ)² = (م حـ)² + (حـ أ)²

∴ (م أ)² = (٥)² + (١٢)² = ١٦٩

∵ مساحة الدائرة = π نق²

∴ مساحة الدائرة الكبرى = π (م أ)² = ١٦٩ π وحدة مربعة .

• **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل : م دائرة طول قطرها ١٦ سم ،
أ ب = ١٥ سم ، $\overline{\text{م ب}}$ ∩ الدائرة م = {حـ}
فإذا كان : ب حـ = ٩ سم
فأثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م عند أ .



• **الحـــل :** ∵ طول نصف قطر الدائرة = ٨ سم ، م أ = م حـ = ٨ سم .

∵ $\overline{\text{م ب}}$ ∩ الدائرة م = {حـ}

∴ م ب = م حـ + حـ ب = ٨ + ٩ = ١٧ سم .

فى △ م أ ب : (م أ)² + (أ ب)² = (٨)² + (١٥)² = ٢٨٩

∵ (م ب)² = (١٧)² = ٢٨٩ ∴ (م ب)² = (م أ)² + (أ ب)²

∴ ق (∠ م أ ب) = ٩٠° ∴ $\overline{\text{م أ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

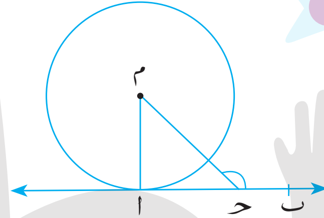
∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة عند أ .

مسائل على أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة

أولاً : أكمل ما يأتى :

1 فى كل من الأشكال الآتية م دائرة ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس :

أ



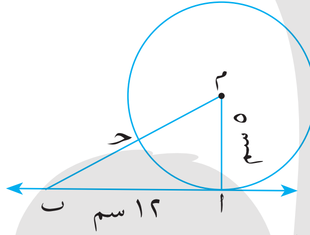
إذا كان :

ق (∠ م حـ ب) = ١٣٥°

فإن :

ق (∠ م) = ... °

ب



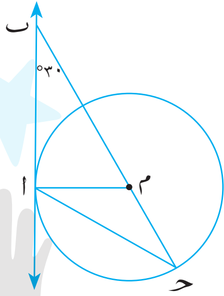
إذا كان :

م أ = ٥ سم ، أ ب = ١٢ سم

فإن :

ب حـ = ... سم .

جـ



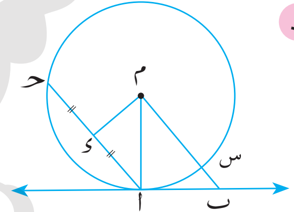
إذا كان :

ق (∠ ب) = ٣٠°

فإن :

ق (∠ ب أ حـ) = ... °

د



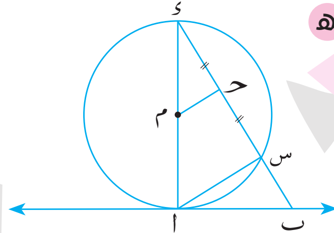
إذا كان : م أ = ١٥ سم ،

ب س = ٢ سم ، م ء = ٩ سم .

فإن : محيط الشكل م ب أ ء

= .... سم .

هـ



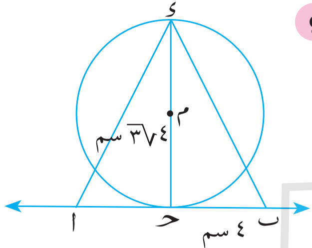
إذا كان : أ س = م ء ،

حـ منتصف $\overline{س ء}$

فإن :

ق (∠ أ م حـ) = ... °

و



إذا كان : ب حـ = ٤ سم ،

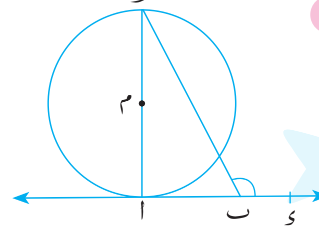
ء حـ = ٤√٣ سم ،

حـ منتصف $\overline{أ ب}$

فإن : محيط المثلث أ ب ء

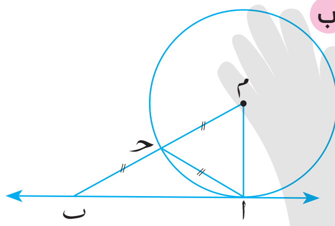
= .... سم .

٢ فى كل من الأشكال الآتية أثبت أن : $\overleftrightarrow{اب}$ مماس للدائرة م :

أ


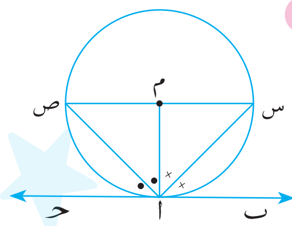
إذا كان :
ق (∠ حـ) = ٢٥° ،
ق (∠ حـ ب ء) = ١١٥°

....

ب


إذا كان :
م حـ = أ حـ = حـ ب

....

جـ


إذا كان :
$\overrightarrow{اس}$ ينصف ∠ ب أ م ،
$\overrightarrow{اص}$ ينصف ∠ حـ أ م

....

ثانيًا : أكمل ما يأتى :

أ المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون .... للدائرة .

ب دائرة طـول قطــرها ٨ سم ، فإذا كان المستقيم ل مماسًّا للدائرة .
فإن : بعده عن مركزها = ... سم .

جـ المماس للدائرة يكون عموديًّا على ....

د إذا كانت م دائرة طول قطرها ٦ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم .
فإن : المستقيم ل يكون ....

هـ إذا كان محيط الدائرة م = ٤٤ سم ، أ نقطة فى مستواها حيث م أ = ٦ سم .
فإن : أ تقع .... الدائرة م .

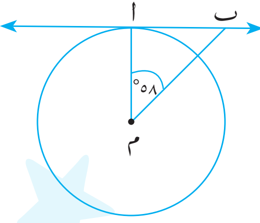
و المماس للدائرة يكون عموديًّا على .... المرسوم من نقطة التماس .

ز إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٠ سم ، وكانت أ نقطة على الدائرة م ، فإن : م أ = ... سم .

ح إذا كانت مساحة الدائرة = ٢٥ π سم^٢ ، أ نقطة فى مستواها حيث م أ = ١٠ سم .
فإن : أ تقع .... الدائرة م .

ط إذا كان المستقيم ل يقطع الدائرة م فى النقطتين أ ، ب .
فإن : المستقيم ل ∩ سطح الدائرة م = ...

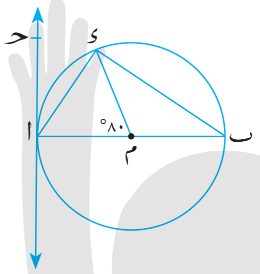
ثالثًا : أكمل ما يأتى :



١ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ مماسًا للدائرة م عند أ ،

ق (∠ م) = ٥٨° ، فإن : ق (∠ أ ب م) = ... °



٢ فى الشكل المقابل :

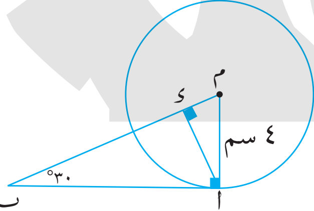
إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م ،

$\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسًا لها عند أ ،

ق (∠ أ م ء) = ٨٠° ، فإن :

أ ق (∠ م أ ء) = ... °

ب ق (∠ حـ أ ء) = ... ° جـ ق (∠ أ ء ب) = ... °



٣ فى الشكل المقابل :

$\overline{ب أ}$ قطعة مماسة للدائرة م ،

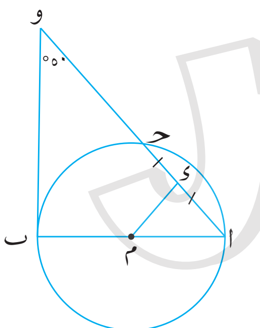
فإذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٤ سم ،

ق (∠ ب) = ٣٠° ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{م ب}$ ، فإن :

أ ق (∠ م أ ب) = ... ° ب ق (∠ م) = ... °

جـ م ب = ... سم د أ ب = ... سم

هـ أ ء = ... سم و م ء = ... سم



٤ فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{أ حـ}$ وتر ، ء منتصف $\overline{أ حـ}$ ،

فإذا كان ق (∠ و) = ٥٠° ، $\overline{ب و}$ قطعة مماسة للدائرة

عند ب ، فإن :

أ ق (∠ أ ب و) = ... ° لأن : ....

ب $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$ لأن : ....

جـ ق (∠ ء م ب) = ... °

رابعًا : اختر الإجابة الصحيحة :

أ دائرة طول قطرها ٦ سم ، فإذا كان المستقيم ل مماسًّا لهذه الدائرة ، فإنه يبعد عن مركزها .... سم . (٦ أ، ٥ أ، ٣ أ، ٤)

ب دائرة طول نصف قطرها ٦ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٧ سم ، فإن المستقيم ل .... الدائرة . (خارج أ، يقطع أ، يمس أ، يمر بمركز)

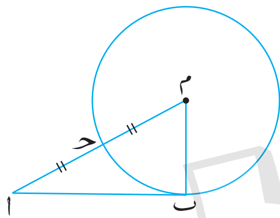
جـ وتر طوله ٨ سم فى دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، فإنه يبعد عن مركزها .... سم . (٤ أ، ٥ أ، ٣ أ، ١٣)

د إذا كانت م دائرة طول قطرها ٦ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم ، فإن المستقيم ل يكون .... (خارج الدائرة أ، قاطعًا للدائرة أ، مارًّا بمركز الدائرة أ، مماسًّا للدائرة)

هـ إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٠ سم ، ا نقطة على الدائرة ، فإن م ا = ... سم . (١٠ أ، ٥ أ، ٦ أ، صفر)

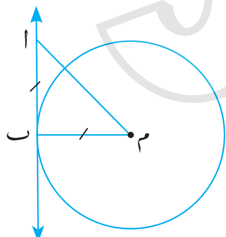
و م دائرة طـول نصف قطرها نق ، ل مستقيم فى نفس مستوى الدائرة ويبعـد عن مركزها $\frac{٤}{٥}$ نق ، فإن المستقيم ل يكون .... (مماسًّا للدائرة أ، قاطعًا للدائرة أ، خارج الدائرة أ، أحد محاور تماثل الدائرة)

ز فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overleftarrow{اب}$ مماسًّا للدائرة م عند النقطة ب ،
حـ ∈ الدائرة بحيث احـ = مـحـ
فإن : ق (∠ ا) = ... ° (٦٠ أ، ٣٠ أ، ٩٠ أ، ٤٥)

ح فى الشكل المقابل :



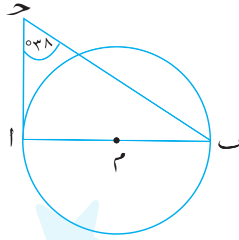
إذا كان : $\overleftarrow{اب}$ مماسًّا للدائرة م عند ب ، اب = م ب
فإن : ق (∠ م) = ... ° (٣٠ أ، ٤٥ أ، ٦٠ أ، ٥٥)

ط في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسًّا لها عند النقطة ا ،

و ق (∠ ا حـ ب) = ٣٨°

فإن : ق (∠ ا ب حـ) = ... ° (٤٢ أ، ٥٢ أ، ٦٢ أ، ٦٨)

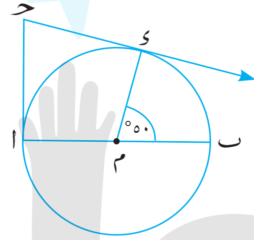


ى في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftarrow{حـ ا}$ ، $\overleftarrow{حـ ى}$ مماسان لها عند ا ، ى ،

و ق (∠ ى م ب) = ٥٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ... ° (٥٠ أ، ١٣٠ أ، ٩٠ أ، ٤٠)

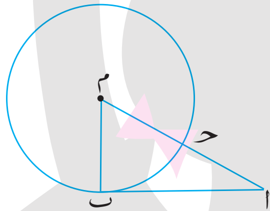


ك في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{أب}$ مماسًّا للدائرة م عند ب ،

حـ ∋ الدائرة بحيث ا حـ = ٨ سم ، م ى = ٥ سم ،

فإن : ا ب = ... سم . (٨ أ، ١٢ أ، ٩ أ، ٧)

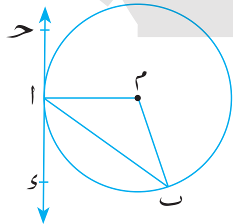


ل في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{حـ ى}$ مماس للدائرة م عند ا ، فإذا كان : ق (∠ م ب ا) = ٤٠°

فإن : ق (∠ ب ا حـ) = ... °

(١٢٠ أ، ١١٠ أ، ١٣٠ أ، ١٤٠)



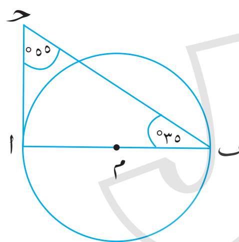
خامسًا : أجب عما يأتى :

أ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، حـ ∋ مجموعة النقط خارج الدائرة م ،

و ق (∠ ا حـ ب) = ٥٥° ، و ق (∠ ا ب حـ) = ٣٥° ،

أثبت أن : $\overleftarrow{أحـ}$ مماس للدائرة م .



....

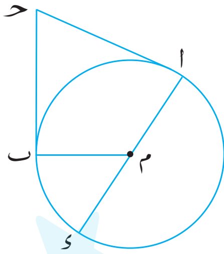
....

....

ب في الشكل المقابل :

$\overline{أ ء}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$ مماسان للدائرة عند نقطتى أ ، ب على الترتيب .

أثبت أن : ق (∠ ء م ب) = ق (∠ أ حـ ب)



....

....

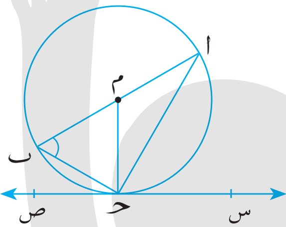
....

جـ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{س ص}$ مماس للدائرة عند حـ ،

ق (∠ أ ب حـ) = ٥٨° ، أوجد :

أولًا : ق (∠ ب حـ ص) .   ثانيًا : ق (∠ ب أ حـ) .



....

....

....

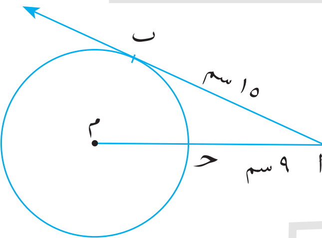
د في الشكل المقابل :

أ ∉ الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس للدائرة عند م ،

$\overline{م أ}$ ∩ الدائرة م = {حـ} ، أ ب = ١٥ سم ،

أ حـ = ٩ سم ، أوجد :

أولًا : محيط الدائرة .   ثانيًا : مساحة الدائرة .



....

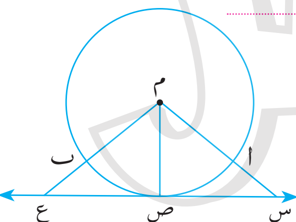
....

....

هـ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{س ع}$ مماس للدائرة م عند ص ، س ص = ص ع ،

أثبت أن : س أ = ع ب .



....

....

....

الإجابات

أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة

(أولًا) الإكمال :

١ أ ق (∠ ب) = ١٣٥° − ٩٠° = ٤٥°

ب ∵ (م ب)^2 = ١٦٩ ∴ م ب = ١٣ سم ∴ ب حـ = ١٣ − ٥ = ٨ سم

جـ ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠° + ٣٠° = ١٢٠°

د ∵ (ا ب)^2 = (١٧)^2 − (١٥)^2 = ٦٤ ∴ ا ب = ٨ سم

∵ (ا ى)^2 = (١٥)^2 − (٩)^2 = ١٤٤ ∴ ا ى = ١٢ سم محيط الشكل م ب ا ى = ٤٦ سم

هـ فى △ ا س ى ، ق (∠ ا س ى) = ٩٠° ، ا س = $\frac{1}{2}$ ا ى

∴ ق (∠ ى) = ٣٠° ، ق (∠ م ا حـ) = ١٢٠°

و ∵ (ا ب)^2 = (٤ $\sqrt{٣}$)^2 + (٤)^2 = ٦٤ ∴ ا ب = ٨ سم محيط المثلث ا ب ى = ٢٤ سم

٢ أ ∵ ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠° ∴ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ مماس

ب ∵ ا حـ = $\frac{1}{2}$ م ب ∴ ق (∠ م ا ب) = ٩٠° ∴ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ مماس

جـ فى المثلث س ا ص ∵ م ا = $\frac{1}{2}$ س ص ∴ ق (∠ س ا ص) = ٩٠°

∴ ق (∠ م ا حـ) = ٩٠° ∴ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ مماس

ثانيًا : الإكمال :

أ مماسًّا ب ٤ سم جـ نصف القطر

د مماسًّا للدائرة هـ تقع داخل الدائرة و نصف القطر

ز ٥ سم ح خارج الدائرة ط $\overline{\text{ا ب}}$

ثالثًا : الإكمال :

١ ق (∠ ا ب م) = ٩٠° − ٥٨° = ٣٢°

٢ أ ق (∠ م ا ى) = ٥٠° ب ق (∠ حـ ا ى) = ٤٠° جـ ق (∠ ب ا ى) = ٩٠°

٣ أ ق (∠ م ا ب) = ٩٠° ب ق (∠ م) = ٦٠° جـ م ب = ٨ سم

د ا ب = ٤ $\sqrt{٣}$ سم هـ ا ى = ٢ $\sqrt{٣}$ سم و م ى = ٢ سم

٤ أ ق (∠ ا ب و) = ٩٠° لأن : $\overline{\text{ا ب}}$ قطر

ب $\overline{\text{م ى}}$ ⊥ $\overline{\text{ا حـ}}$ لأن : ى منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$

جـ ق (∠ ى م ب) = ١٣٠°

رابعًا : الاختيار من متعدد :

أ ٣ سم   ب خارج الدائرة   جـ ٣ سم

د مماسًا للدائرة   هـ ٥ سم   و قاطعًا للدائرة

ز °٣٠   ح °٤٥   ط °٥٢

ى °٥٠   ك ١٢ سم   ل °١٣٠

خامسًا : أجب عما يأتى :

أ ∵ ق (∠ ب ا حـ) = °٩٠ ∴ $\overleftrightarrow{\text{ا حـ}}$ مماس للدائرة م

ب ∵ $\overline{\text{م ا}}$ نصف قطر ، $\overleftrightarrow{\text{ا حـ}}$ مماس

∴ ق (∠ م ا حـ) = °٩٠ ، ق (∠ م ب حـ) = °٩٠

فى الشكل الرباعى ا م ب حـ

ق (∠ ا حـ ب) = ق (∠ ء م ب) لأن كلًّا منهما تكمل ∠ ا م ب

جـ أولًا : ق (∠ ب حـ ص) = °٩٠ − °٥٨ = °٣٢

ثانيًا : ق (∠ ب ا حـ) = °٣٢

د المثلث م ب ا قائم الزاوية

∴ (م ا)^2 = (م ب)^2 + (ا ب)^2

∴ (٩ + نق)^2 = نق^2 + ٢٢٥   ∴ نق = ٨ سم

أولًا : محيط الدائرة = ١٦ π سم

ثانيًا : مساحة الدائرة = ٦٤ π سم^2

هـ ∵ $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{س ع}}$ وينصفه

∴ م س = م ع   ، ∵ م ا = م ب   ∴ س ا = ب ع

المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد



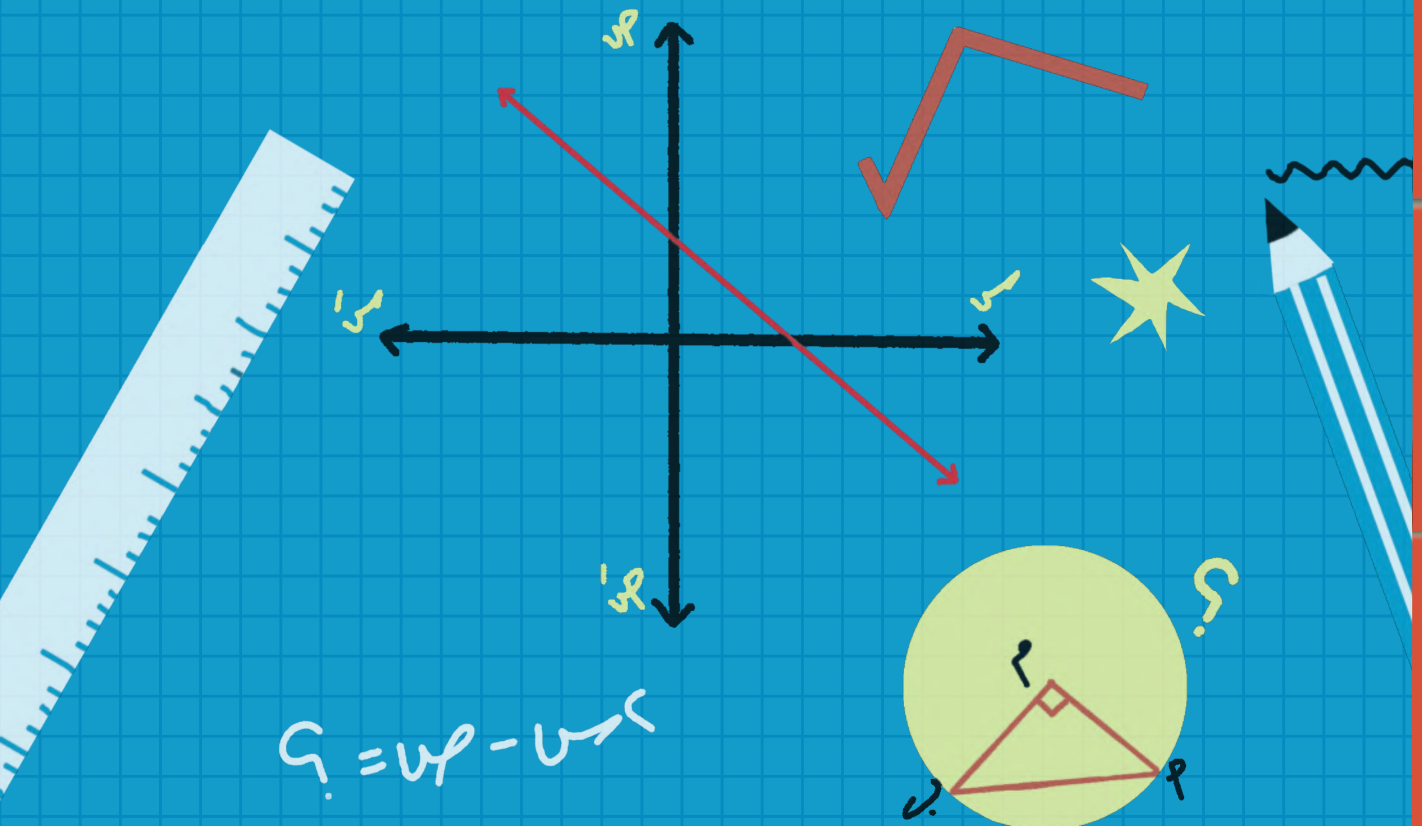
الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

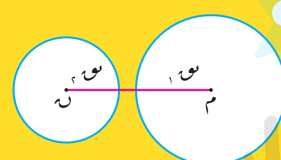
الفصل الدراسي الثاني



أولًا : وضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

تذكر أن :

● م ، ن دائرتان فى المستوى ، طولا نصفى قطريهما نق$_1$ ، نق$_2$ على الترتيب ، نق$_1$ > نق$_2$

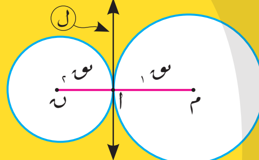


إذا كان :

م ن > نق$_1$ + نق$_2$

فإن :

* الدائرتين متباعدتان .
* الدائرة م ∩ الدائرة ن = ∅
* سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = ∅

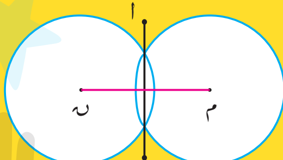


إذا كان :

م ن = نق$_1$ + نق$_2$

فإن :

* الدائرتين متماستان من الخارج .
* الدائرة م ∩ الدائرة ن = { أ }
* سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { أ }



إذا كان :

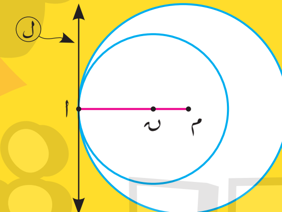
نق$_1$ − نق$_2$ < م ن < نق$_1$ + نق$_2$

فإن :

* الدائرتين متقاطعتان .
* الدائرة م ∩ الدائرة ن = { أ ، ب }
* $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ينصف $\overline{\text{أ ب}}$

نتائج هامة

* خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًّا على الوتر المشترك وينصفه .
* خط المركزين لدائرتين متماستين يكون عموديًّا على المماس المشترك عند نقطة تماسهما .

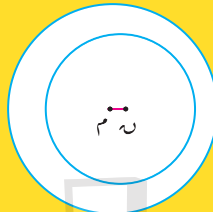


إذا كان :

م ن = نق$_1$ − نق$_2$

فإن :

* الدائرتين متماستان من الداخل .
* الدائرة م ∩ الدائرة ن = { أ }
* سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

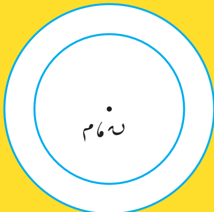


إذا كان :

م ن < نق$_1$ − نق$_2$

فإن :

* الدائرتين متداخلتان .
* الدائرة م ∩ الدائرة ن = ∅
* سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن



م ن = صفر

فإن :

* الدائرتين متحدتا المركز .
* الدائرة م ∩ الدائرة ن = ∅
* سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن

• **مثال (١) :** دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٧سم ، ٥ سم على الترتيب ، بين وضع كل منهما بالنسبة للأخرى فى الحالات الآتية إذا كان :

أ م ن = ٢ سم　　ب م ن = ١٢ سم　　جـ م ن = ١٥ سم
د م ن = ٤ سم　　هـ م ن = ١ سم　　و م ن = صفر

• **الحـل :** نفرض أن : $نق_١$ = ٧ سم ، $نق_٢$ = ٥ سم

∴ $نق_١ + نق_٢$ = ١٢ سم　　،　　$نق_١ - نق_٢$ = ٢ سم

أ ∵ م ن = ٢ سم　　∴ م ن = $نق_١ - نق_٢$　　∴ الدائرتان متماستان من الداخل .

ب ∵ م ن = ١٢ سم　　∴ م ن = $نق_١ + نق_٢$　　∴ الدائرتان متماستان من الخارج .

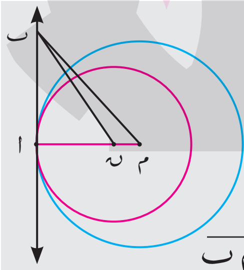
جـ ∵ م ن = ١٥ سم　　∴ م ن > $نق_١ + نق_٢$　　∴ الدائرتان متباعدتان .

د ∵ م ن = ٤ سم　　∴ $نق_١ - نق_٢$ < م ن < $نق_١ + نق_٢$　　∴ الدائرتان متقاطعتان .

هـ ∵ م ن = ١ سم　　∴ م ن < $نق_١ - نق_٢$　　∴ الدائرة ن تقع داخل الدائرة م .

و ∵ م ن = صفر　　∴ الدائرتان متحدتا المركز .

• **مثال (٢) :** فى الشكل المقابل م ، ن دائرتان متماستان من الداخل فى ا ، $\overleftrightarrow{اب}$ مماس مشترك لهما عند ا ،
فإذا كان : ب ن = ١٣ سم ، م ن = ٤ سم ،
مساحة المثلث ب م ن = ٢٤ سم^٢
فأوجد طول نصف قطر كل من الدائرتين م ، ن ، وطول $\overline{مب}$



• **الحـل :** الدائرتان متماستان من الداخل :　∴ ا ∈ $\overleftrightarrow{من}$　　∴ $\overleftrightarrow{من}$ ⊥ $\overleftrightarrow{اب}$

∵ مساحة المثلث ب م ن = $\frac{١}{٢}$ م ن × ا ب

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ا ب　　∴ ا ب = ١٢ سم

∵ المثلث ن ا ب قائم الزاوية فى ا　　∴ $(ن ا)^٢ = (ب ن)^٢ - (ا ب)^٢$

∴ $(ن ا)^٢ = (١٣)^٢ - (١٢)^٢ = ١٦٩ - ١٤٤ = ٢٥$

∴ ن ا = ٥ سم = طول نصف قطر الدائرة ن

∵ طول نصف قطر الدائرة م = م ن + ن ا

∴ طول نصف قطر الدائرة م = ٤ + ٥ = ٩ سم

∵ المثلث م ا ب قائم الزاوية فى ا　　∴ $(م ب)^٢ = (م ا)^٢ + (ا ب)^٢$

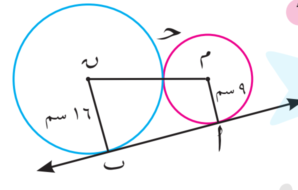
∴ $(م ب)^٢ = (٩)^٢ + (١٢)^٢ = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥$　　∴ م ب = ١٥ سم

مسائل على وضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

أولًا : أكمل ما يأتى :

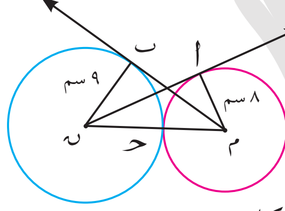
١ فى كل شكل من الأشكال الآتية الدوائر متماسة من الخارج :

أ



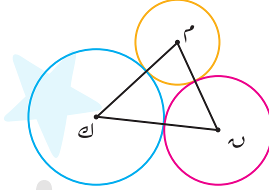
فى الشكل :
م ، ن دائرتان متماسـتان من الخارج فى جـ ، $\overleftrightarrow{أب}$ يمس الدائـرة م فى أ ، والدائرة ن فى ب .
فإذا كان :
م أ = ٩ سم ، ن ب = ١٦ سم
فإن : أ ب = ... سم
....

ب



فى الشكل :
م ، ن دائرتان متماسـتان من الخارج فى جـ ، $\overleftarrow{م ب}$ يمس الدائرة ن فى ب ، $\overleftarrow{ن أ}$ يمس الدائرة م فى أ .
فإذا كان :
م أ = ٨ سم ، ن ب = ٩ سم
فإن : ن أ = ... سم ،
م ب = ... سم
....

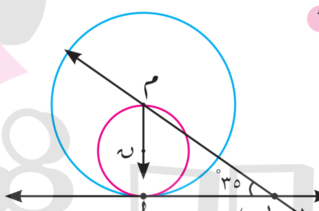
جـ



فى الشكل :
م ، ن ، ك ثلاث دوائر متماسة فإذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٣ سم ، وطول نصف قطر الدائرة ن = ٦ سم ، وطول نصف قطر الدائرة ك = ٩ سم
فإن محيط المثلث م ن ك
= .... سم ،
ق (∠ ن م ك) = ... °
....

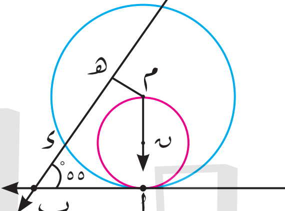
٢ فى كل شكل من الأشكال الآتية الدوائر متماسة من الداخل :

أ



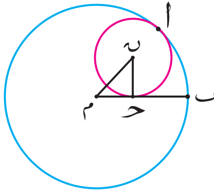
فى الشكل :
م ، ن دائرتان متماسـتان من الداخل فى أ ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك لهما.
فإذا كان : ق (∠ ب) = ٣٥ °
فإن : ق (∠ ب م ن) = ... °
....

ب



فى الشكل :
م ، ن دائرتان متماسـتان من الداخل فى أ ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك لهما.
فإذا كان : ق (∠ ب) = ٥٥ °
فإن : ق (∠ هـ م ن) = ... °
....

جـ



فى الشكل :
م ، ن دائرتان متماسـتان من الداخل فى أ ، $\overline{م ب}$ تمس الدائرة ن فى جـ .
فإذا كان : م ن = ١٣ سم ،
م جـ = ١٢ سم
فإن : ب جـ = ... سم
....

ثانيًا : اختر الإجابة الصحيحة :

أ إذا كانت م ، ن دائرتين طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٣ سم ، م ن = ٤ سم .
فإن : الدائرتين تكونان ....
(متباعدتين أو متقاطعتين أو متماستين من الخارج أو متماستين من الداخل)

ب إذا كان : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = ∅ ، فإن : الدائرتين تكونان ....
(متماستين من الخارج أو متماستين من الداخل أو متقاطعتين أو متباعدتين)

ج إذا كانت م ، ن دائرتين طولا نصفى قطريهما ٦ سم ، ٤ سم ، م ن = ٢ سم .
فإن : الدائرتين تكونان ....
(متماستين من الداخل أو متماستين من الخارج أو متقاطعتين أو متباعدتين)

د إذا كانت م ، ن دائرتين طولا نصفى قطريهما ٢ سم ، ٣ سم على الترتيب ،
وكان م ن = ٦ سم ، فإن : الدائرتين تكونان ....
(متداخلتين أو متماستين من الخارج أو متقاطعتين أو متباعدتين)

هـ دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب فإن : محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$ هو ....
($\overline{\text{م ن}}$ أو $\overleftarrow{\text{م ن}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ أو $\overleftarrow{\text{ن م}}$)

و دائرتان م ، ن متماستان من الخارج طول نصف قطر إحداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم ، فيكون
طول نصف قطر الأخرى = ... سم . (١١ أو ٥ أو ٨ أو ٢٤)

ز دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهمـا ٨ سم ، ١٢ سم ، تكونـان متقاطعتيـن إذا كان م ن
= .... سم . (٢٤ أو ١٢ أو ٢٠ أو ٤)

ح دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهمـا ٤ سم ، ٣ سم ، فإن : الشرط اللازم والكافى لكى
تكون الدائرتان متقاطعتين هو ....
(م ن > ١ سم أو م ن = ٧ سم أو م ن < ٧ سم أو ١ سم < م ن < ٧ سم)

ط م ، ن دائرتان متقاطعتان ، نق١ = ٣سم ، نق٢ = ٥ سم على الترتيب فإن : م ن ∈ ....
( ]٠ ، ٢[أو]٢ ، ٨[أو]٨ ، ∞[أو]٢ ، ∞[ )

ى دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٣ سم فإذا كان م ن ∈]٠ ، ٦[
فإن : الدائرتين .... (متباعدتان أو متماستان أو متقاطعتان أو متداخلتان)

ك إذا كان : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { ا } فإن : الدائرتين : ....

(متماستان من الخارج أ، متماستان من الداخل أ، متباعدتان أ، متقاطعتان)

ل م ، ن دائرتان فى مستوى واحد ، سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن =سطح الدائرة ن

فإن : الدائرتين م ، ن تكونان ....

(متماستين من الخارج أ، متقاطعتين أ، متباعدتين أ، متداخلتين)

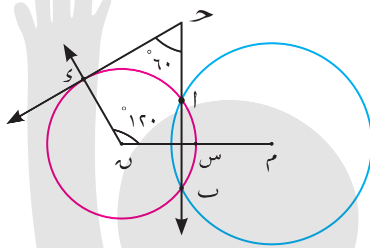
ثالثًا : أجب عما يأتى :

أ فى الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان فى ا ، ب

حـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب ا}}$ ، ى ∈ الدائرة ن ، ق (∠ م ن ى) = ١٢٠° ،

ق (∠ حـ) = ٦٠° ، $\overline{\text{م ن}}$ ∩ $\overline{\text{ا ب}}$ = { س } .

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{حـ ى}}$ مماس للدائرة ن عند ى .



....

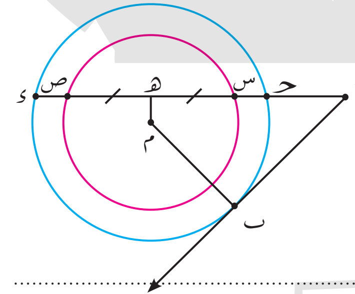
....

ب فى الشكل المقابل : هـ منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ مماس

للدائرة الكبرى فى ب ، ق (∠ ا) = ٥٠° .

أولًا : أوجد ق (∠ هـ م ب) .

ثانيًا : أثبت أن : حـ س = ص ى .



....

....

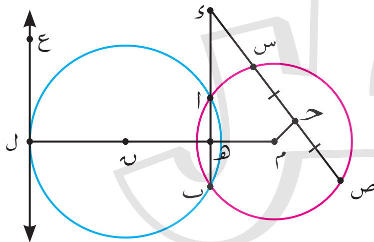
جـ فى الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان فى ا ، ب ،

حـ منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، ق (∠ حـ ى هـ) = ٤٠°

أولًا : أوجد : ق (∠ حـ م هـ) .

ثانيًا : إذا كان $\overrightarrow{\text{م ن}}$ ∩ الدائرة ن = { ل } ، $\overleftrightarrow{\text{ل ع}}$ مماسًا

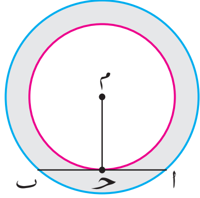
للدائرة ن ، فأثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{ل ع}}$ // $\overline{\text{ا ب}}$

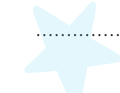


....

....

د في الشكل المقابل دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{\text{ا ب}}$ وتر في الدائرة الكبرى يمس الدائرة الصغرى في حـ ، فإذا كان : ا ب = ١٤ سم ، فأوجد مساحة المنطقة المظللة . ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)





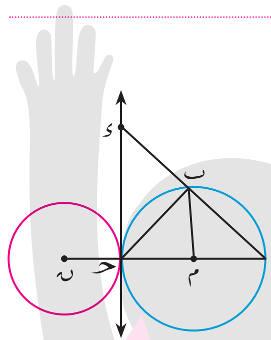

....

....

ه في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متماستان من الخارج في حـ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس مشترك لهما ، حـ ء = م ن = ٦ سم ، ء ب = ٣,٦ سم .

أولًا : أثبت أن : ق (∠ ا ب حـ) = ٩٠°

ثانيًا : أوجد : طول $\overline{\text{حـ ن}}$.



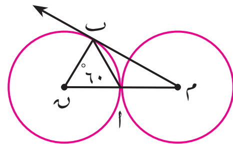



....

....

و في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متطابقتان ومتماستان من الخارج في ا ، $\overline{\text{ن ب}}$ نصف قطر في الدائرة ن ، ق (∠ ا ن ب) = ٦٠°

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ مماس للدائرة ن عند ب



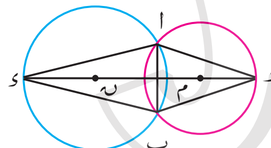


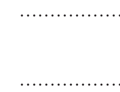
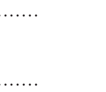

....

....

ز في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان في ا ، ب ، حـ ∈ الدائرة م ، ء ∈ الدائرة ن .

أثبت أن : ق (∠ حـ ا ء) = ق (∠ حـ ب ء) .



....

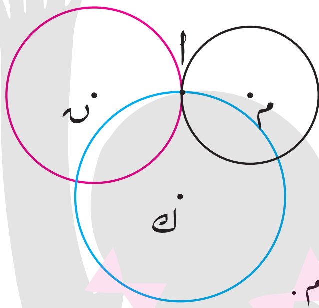
....

ثانيًا : تعيين الدائرة

تذكر أن :

- تتعين الدائرة إذا علم : أولًا : مركزها . ثانيًا : طول نصف قطرها .
- معنى تعيين الدائرة هو إمكانية رسمها تحت شروط معينة .

(١) رسم دائرة تمر بنقطة معلومة



المعطيات : أ نقطة معلومة فى المستوى .

المطلوب : رسم دائرة تمر بالنقطة أ .

خطوات الحل :

أ خذ نقطة اختيارية مثل م فى المستوى .

ب ضع سن الفرجار عند م ، وبفتحة تساوى م أ ارسم الدائرة م .

ج ضع سن الفرجار عند نقطة أخرى ن ، وبفتحة تساوى ن أ ارسم الدائرة ن .

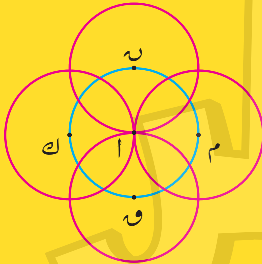
د كرر العمل السابق .

- مما سبق نستنتج أن :

* إذا كانت أ نقطة معلومة فى المستوى فإنه يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطة أ

* الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة على أبعاد متساوية من مركزها .

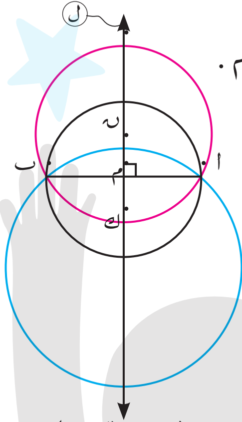
- ملحوظة هامة :



* إذا كانت : أنصاف أقطار هذه الدوائر متساوية فى الطول فإن : مراكزها جميعًا تقع على دائرة مركزها أ .

تذكر أن :

(٢) رسم دائرة تمر بنقطتين معلومتين



المعطيات : ا ، ب نقطتان معلومتان فى المستوى .

المطلوب : رسم دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب ، أى أن $\overline{اب}$ وتر فى الدائرة م .

خطوات الحل :

أ ارسم القطعة المستقيمة $\overline{اب}$.

ب ارسم المستقيم ل محور تماثل $\overline{اب}$

حيث ل ∩ $\overline{اب}$ = {م}

(مركز الدائرة يقع على محور تماثل $\overline{اب}$)

جـ خذ أى نقطة اختيارية مثل ن حيث ن ∈ ل ، اركز بسن الفرجار فى ن وبفتحة تساوى ن ا ارسم الدائرة ن التى تمر بالنقطتين ا ، ب .

د ضع سن الفرجار فى نقطة أخرى مثل ك حيث ك ∈ ل ، وبفتحة تساوى ك ا ارسم الدائرة ك التى تمر بالنقطتين ا ، ب .

هـ كرر العمل السابق .

● **مما سبق نستنتج أن :**

* إذا كانت ا ، ب نقطتين معلومتين فى المستوى ، فإنه يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بالنقطتين ا ، ب ، وتقع مراكزها جميعًا على محور تماثل $\overline{اب}$.

● **تذكر أن :**

محور القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها .

* فى الشكل السابق : المستقيم ل هو محور القطعة المستقيمة $\overline{اب}$

لأن : ل ⊥ $\overline{اب}$ وينصفها فى م .

* أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى ، يكون طول نصف قطرها يساوى نصف البعد بين $\overline{اب}$ ، أى أن : نق = م ا = م ب .

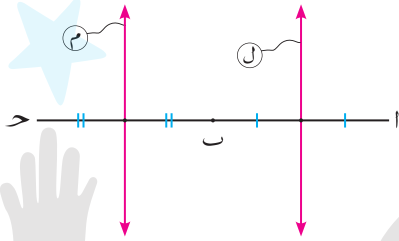
● **ملحوظة هامة :**

* لا يمكن أن تتقاطع دائرتان فى أكثر من نقطتين .

تذكر أن :

(٣) رسم دائرة تمر بثلاث نقاط معلومة

● **إذا كانت النقاط الثلاث تقع على استقامة واحدة :**



* إذا كانت ا ، ب ، حـ ثلاث نقاط على استقامة واحدة فإنه لرسم دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب :

* نرسم المستقيم ل (محور $\overline{اب}$) وتكون كل نقطة على ل مركزًا لدائرة تمر بالنقطتين ا ، ب

* أى يمكن رسم عدد غير محدود من الدوائر التى تمر بالنقطتين ا ، ب ومراكزها جميعًا تنتمى للمستقيم ل .

* لرسم دائرة تمر بالنقطتين ب ، حـ نرسم المستقيم م (محور $\overline{ب حـ}$) وتكون كل نقطة على المستقيم م مركزًا لدائرة تمر بالنقطتين ب ، حـ .

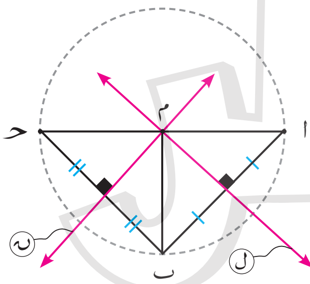
* أى يمكن رسم عدد غير محدود من الدوائر التى تمر بالنقطتين ب ، حـ ومراكزها جميعًا تنتمى للمستقيم م .

∵ ا ، ب ، حـ على استقامة واحدة ، ل ⊥ $\overleftrightarrow{اب}$ ، م ⊥ $\overleftrightarrow{اب}$

∴ ل // م ، ل ∩ م = ∅

● **مما سبق نستنتج أن :** لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط على استقامة واحدة .

● **إذا كانت النقاط الثلاث لا تنتمى لمستقيم واحد .**



إذا كانت ا ، ب ، حـ ثلاث نقاط لا تنتمى لمستقيم واحد فإنه لرسم دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب :

* نرسم المستقيم ل (محور $\overline{اب}$) وتكون كل نقطة على ل مركزًا لدائرة تمر بالنقطتين ا ، ب .

* لرسم دائرة تمر بالنقطتين ب ، حـ نرسم المستقيم ن (محور $\overline{ب حـ}$) وتكون كل نقطة على ن مركزًا لدائرة تمر بالنقطتين ب ، حـ .

∵ ا ، ب ، ح ليست على استقامة واحدة .

∴ ل ∩ ن = { م }

∴ م ا = م ب = م ح

م مركز الدائرة التى تمر بالنقاط ا ، ب ، ح وطول نصف قطرها = م ا .

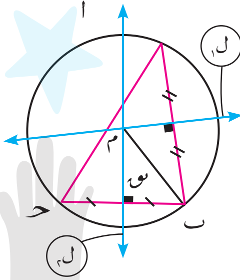
* من ذلك نستنتج أنه : يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط معلومة فى المستوى إذا لم تكن النقاط على استقامة واحدة .

● **مما سبق نستنتج أن :**

* يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر تمر بنقطة معلومة .
* يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر تمر بنقطتين مثل ا ، ب ، ومراكز هذه الدوائر تقع جميعها على محور $\overline{\text{اب}}$.
* أصغر دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب هى الدائرة التى يكون $\overline{\text{اب}}$ قطرًا فيها ، ومركزها هو منتصف $\overline{\text{اب}}$.
* لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط على استقامة واحدة .
* أى ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة وحيدة ، ومركز هذه الدائرة هو نقطة تقاطع أى محورين من محاور القطع المستقيمة الواصلة بين نقطتين متتاليتين من النقاط الثلاث .
* الأعمدة المقامة على أضلاع مثلث من منتصفاتها تتقاطع فى نقطة واحدة هى مركز الدائرة الخارجة لهذا المثلث .

تذكر أن :

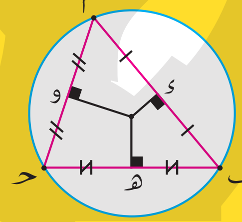
رسم الدائرة الخارجة للمثلث ا ب حـ



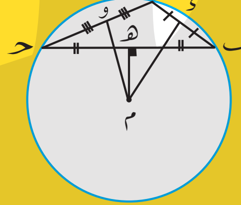
١ نرسم المستقيمين ل١ ، ل٢ محورى أى ضلعين فى المثلث ا ب حـ نقطة تقاطع المحورين هى مركز الدائرة الخارجة للمثلث ا ب حـ .

٢ نركز فى نقطة التقاطع ولتكن م ، وبفتحة طولها يساوى أى بعد من م إلى أى نقطة من النقاط ا أو ب أو حـ ، نرسم الدائرة المطلوبة .

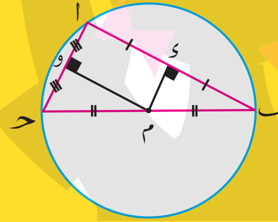
● **تذكر أن :**



∵ △ ا ب حـ مثلث حاد الزوايا .
∴ مركز الدائرة المارة برءوسه يقع داخل المثلث .



∵ △ ا ب حـ مثلث منفرج الزاوية .
∴ مركز الدائرة المارة برءوسه يقع خارج المثلث .



∵ △ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية .
∴ مركز الدائرة المارة برءوسه هو منتصف وتر المثلث .

● **ملحوظة هامة :**

إذا كان المثلث متساوى الأضلاع :

فإن مركز الدائرة المارة برءوسه هى نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ، وهى تقسم كلًّا منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس أو هى نقطة تقاطع متوسطاته أو هى نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، وهى نفسها نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاعه .

مسائل على تعيين الدائرة

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

أ أى ثلاث نقاط لا تنتمى لمستقيم واحد تمر بها ....
(دائرتان أو دائرة واحدة أو عدد لا نهائى من الدوائر)

ب إذا كان : ا ب = ٨ سم ، فإن : أصغر دائرة يمكن أن تمر بالنقطتين ا ، ب يكون طول نصف قطرها .... سم . (٨ أو ٤ أو ٣ أو ٥)

جـ إذا كان : ا ، ب نقطتين ، ا ب = ٦ سم ، فإن : أصغر دائرة يمكن أن تمر بالنقطتين ا ، ب يكون طول نصف قطرها ....
(يساوى ٦ سم أو يساوى ٣ سم أو أكبر من ٦ سم أو أصغر من ٣ سم)

د مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....
(منصفات زواياه الداخلة أو ارتفاعات المثلث أو الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها)

هـ إذا كانت ا ، ب ، حـ ثلاث نقاط لا تنتمى لمستقيم واحد ، فإن عدد الدوائر التى تمر بها .... (دائرة واحدة فقط أو دائرتان أو ثلاث دوائر أو عدد لا نهائى من الدوائر)

و فى المثلث ا ب حـ إذا كان : ا ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، ا حـ = ٥ سم ، فإن : طول نصف قطر الدائرة المارة برءوس المثلث = ... سم . (٣ أو ٤ أو ٥ أو ٢,٥)

ز إذا كان المثلث ا ب حـ قائم الزاوية فى ا ، ا ب = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم ، فإن : طول نصف قطر الدائرة المارة برءوس المثلث = ... سم . (٣ أو ٤ أو ٥ أو ٥,٤)

ح معين ا ب حـ ء طول ضلعه ١٠ سم ، ا حـ = ١٦ سم ، رسمت دائرة مركزها ب ، وطول قطرها ١٠ سم ، فإن النقطة ء تقع .... (على الدائرة أو خارج الدائرة أو داخل الدائرة)

ط عدد الدوائر التى طول نصف قطر كل منها ٥ سم وتمر بالنقطتين ا ، ب حيث ا ب = ٦ سم هو .... (دائرة واحدة أو دائرتان أو ثلاث دوائر أو عدد لا نهائى من الدوائر)

ى ا ، ب نقطتان معلومتان فى المستوى ، المستقيم ل محور $\overline{اب}$ ، فإن عدد الدوائر التى يمكن رسمها بحيث تمر بالنقطتين ا ، ب ، وتقع مراكزها على المستقيم ل هو ....
(صفر أو ١ أو ٢ أو عدد لا نهائى)

ك مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم الزاوية .... (يقع داخل المثلث أو يقع خارج المثلث أو يقع على أحد ضلعى القائمة أو هو منتصف الوتر)

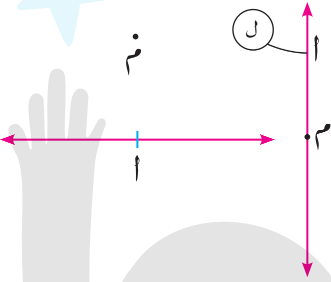
ل إذا كان : ا ب = ٦ سم ، فإنه يمكن رسم .... تمر بالنقطتين ا ، ب بحيث نو = ٣ سم . (دائرة وحيدة أو دائرتين أو ثلاث دوائر أو عدد لا نهائى من الدوائر)

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ إذا كانت أ ∈ المستقيم ل فارسم دائرة م تمر بالنقطة ا ، ويكون طول نصف قطرها ١ سم عندما :

أ م ∈ المستقيم ل ، فكم دائرة يمكن رسمها ؟

ب م ∉ المستقيم ل ، فكم دائرة يمكن رسمها ؟



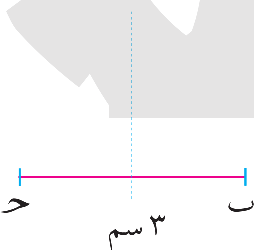
....

....

٢ إذا كانت ب ، حـ نقطتين فى المستوى ، بحـ = ٣ سم فارسم على شكل واحد :

أ دائرة تمر بالنقطتين ب ، حـ ، بحيث يكون طول نصف قطرها ٢,٥ سم ، ما عدد الحلول ؟

ب دائرة تمر بالنقطتين ب ، حـ ، بحيث يكون طول نصف قطرها أصغر ما يمكن ، ما عدد الحلول ؟



....

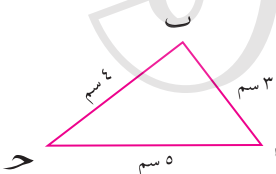
....

٣ ارسم ثلاث دوائر متماسة من الخارج مثنى مثنى ، أطوال أنصاف أقطارها ١ سم ، ٢ سم ، ٣ سم .

....

....

٤ ا ب حـ مثلث فيه : ا ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، ا حـ = ٥ سم ، ارسم الدائرة المــــارة برءوس المثلث ا ب حـ ، وكم حلًّا لهذه المسألة ؟



....

الإجابات

أولًا : وضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

أولًا : الإكمال :

١ أ نرسم م ى ⊥ ن ب   المثلث م ى ن قائم الزاوية فى ى   (ا ب)² = (م ى)² = (م ن)² − (ن ى)²

(ا ب)² = (٢٥)² − (٧)² = (٢٤)²   ∴ ا ب = ٢٤ سم

ب ∵ (ن ا)² = (م ن)² − (م ا)²   ∴ ن ا = ١٥ سم   ∵ (م ب)² = (م ن)² − (ن ب)²

∴ م ب = ٤ √١٣ سم

جـ محيط المثلث م ن ك = ٣٦ سم   ∵ (ن ك)² = (م ن)² + (ك م)² = ٢٢٥

∴ ق (∠ ن م ك) = ٩٠°

٢ أ ق (∠ ب م ن) = ٩٠° − ٣٥° = ٥٥°

ب ق (∠ هـ م ن) = ١٨٠° − ٥٥° = ١٢٥°

جـ ∵ (ن حـ)² = (ن م)² − (م حـ)² = ٢٥   ∴ ن حـ = ٥ سم   ∵ م ب = م ا = ١٣ + ٥ = ١٨ سم

∴ ب حـ = ١٨ − ١٢ = ٦ سم

ثانيًا : الاختيار من متعدد :

أ متقاطعتين	ب متباعدتين	جـ متماستين من الداخل	د متباعدتين
هـ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$	و ٥ سم	ز ١٢	ح ١ < م ن < ٧
ط]٢ ، ٨[	ى متقاطعتان	ك متماستان من الخارج	ل متداخلتين

ثالثًا : أجب عما يأتى :

أ ∵ م ن ⊥ ا ب   ∴ ق (∠ حـ س ن) = ٩٠°   فى الشكل حـ س ن ى :   ∵ ق (∠ حـ ن ى) = ٩٠°

∴ حـ ى مماس للدائرة ن عند ى

ب أولًا : ∵ هـ منتصف س ص   ∴ ق (∠ م هـ س) = ٩٠°   ∵ م ب نصف قطر ، $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ مماس

∴ ق (∠ ا ب م) = ٩٠°   فى الشكل ا هـ م ب : ق (∠ ب م هـ) = ١٣٠°

ثانيًا : ∵ هـ حـ − هـ س = هـ ى − هـ ص

∴ حـ س = ى ص

ج أولًا : ∵ حـ منتصف س ص ∴ ق(∠ م حـ س) = ٩٠° ∴ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$

∴ ق(∠ م هـ ى) = ٩٠° في الشكل الرباعى ى حـ م هـ : ق(∠ حـ م هـ) = ١٤٠°

ثانيًا : ∵ $\overline{\text{ن ل}}$ نصف قطر ، $\overleftarrow{\text{ل ع}}$ مماس ∴ ق(∠ ن ل ع) = ٩٠°

∵ ق(∠ م هـ ى) = ق(∠ ن ل ع) = ٩٠° وهما متناظرتان ∴ $\overleftarrow{\text{ل ع}}$ // $\overline{\text{ا ب}}$

د $\overline{\text{م حـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$ ، حـ منتصف $\overline{\text{ا ب}}$

مساحة الجزء المظلل = مساحة الدائرة الكبرى - مساحة الدائرة الصغرى

= π ((ا م)² - (م حـ)²) = π (ا حـ)² = ٤٩ π سم² = ٤٩ × $\frac{٢٢}{٧}$ = ١٥٤ سم²

هـ أولًا : في المثلث ا ب حـ ∵ ب م = $\frac{١}{٢}$ ا حـ

∴ ق(∠ ا ب حـ) = ٩٠°

ثانيًا : ∵ $\overline{\text{ا حـ}}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{حـ ى}}$ مماس ∴ ق(∠ ا حـ ى) = ٩٠°

في المثلث ا حـ ى : ق(∠ حـ) = ٩٠° ،

$\overline{\text{حـ ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ى}}$ ∴ (حـ ى)² = ى ب × ى ا

∴ ٣٦ = ٣,٦ × ى ا ∴ ى ا = ١٠ سم

∵ المثلث ا حـ ى قائم الزاوية في حـ

∴ (ا حـ)² = (ا ى)² - (ى حـ)² = ٦٤

∴ ا حـ = ٨ سم ∵ م حـ = ٤ سم ∴ حـ ن = ٢ سم

و ∵ الدائرتين متطابقتان ∴ ا م = ا ن ∵ المثلث ن ا ب متساوى الأضلاع ∴ ن ب = ب ا = ا ن = $\frac{١}{٢}$ م ن

∴ ق(∠ م ب ن) = ٩٠° ∴ $\overleftarrow{\text{م ب}}$ مماس للدائرة ن عند ب

ز ∵ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ هو محور تماثل $\overline{\text{ا ب}}$ ∴ حـ ا = حـ ب

في المثلث ا ب حـ ق(∠ ا حـ ب) = ق(∠ حـ ب ا) .... (١)

∵ ى ا = ى ب

في △ ا ب ى ق(∠ ى ا ب) = ق(∠ ى ب ا) .... (٢) بالجمع

∴ ق(∠ حـ ا ى) = ق(∠ حـ ب ى)

تعيين الدائرة

أولًا : الاختيار من متعدد :

أ دائرة واحدة   ب ٤ سم   جـ ٣ سم

د الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها .

هـ دائرة واحدة فقط .   و ٢,٥ سم   ز ٣ سم

ح خارج الدائرة   ط دائرتان   ى عدد لا نهائى

ك هو منتصف الوتر   ل دائرة وحيدة

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ أ دائرة وحيدة

ب عدد لا نهائى من الدوائر

٢ أ دائرتان   ب دائرة وحيدة

٣

م   ك   ن

المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد



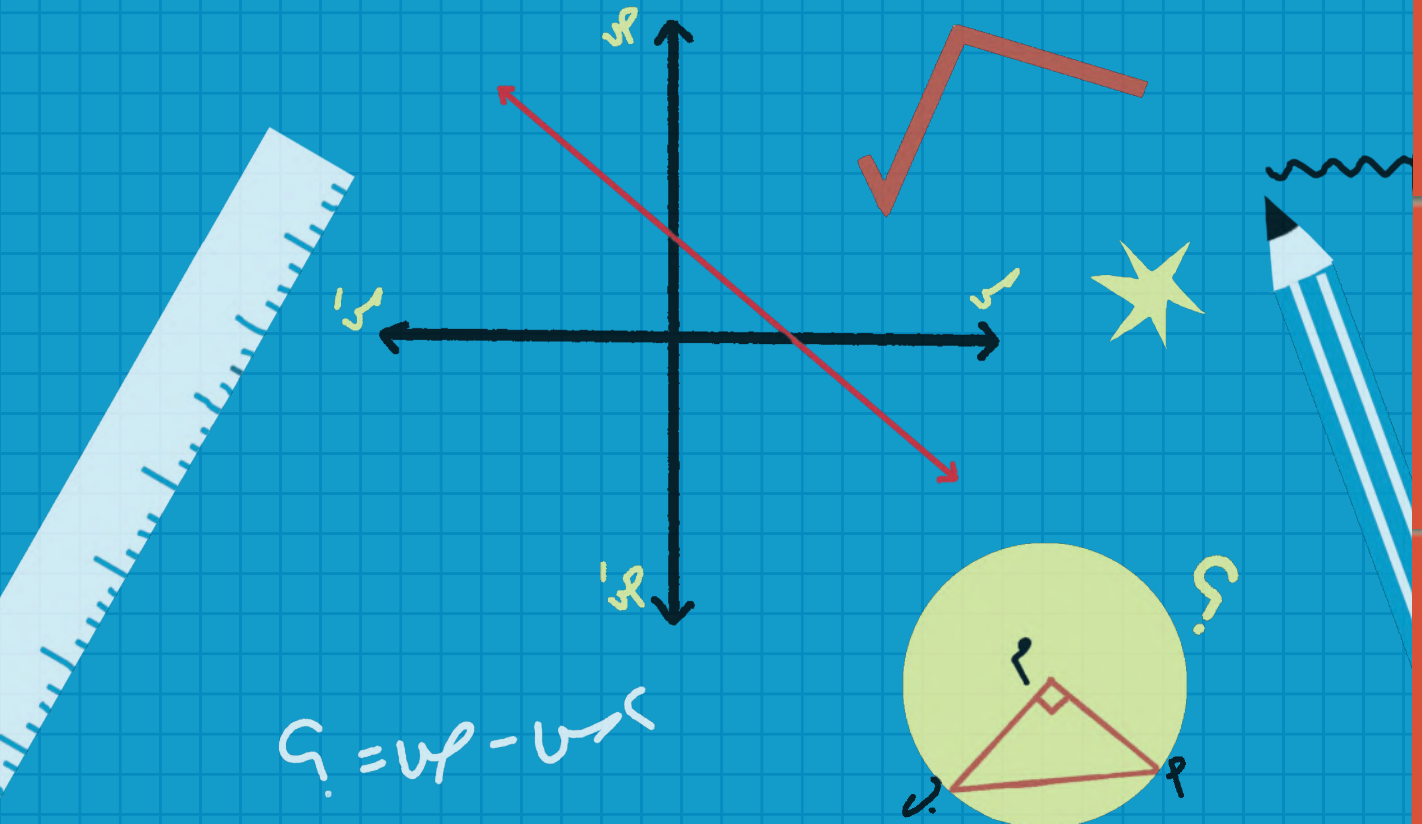
الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني



اليوم الأول

اليوم الثاني

اليوم الثالث

اليوم الرابع

اليوم الخامس

اليوم السادس

اليوم السابع

علاقة أوتار الدائرة بمركزها

تذكر أن :

● **نظرية (١) :**

الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة على أبعاد متساوية من مركزها .

المعطيات: اب = حـ ى ، م س ⊥ اب ، م ص ⊥ حـ ى

المطلوب : م س = م ص

العمـــل : نرسم م ا ، م حـ

البرهــان : ∵ م س ⊥ اب ∴ اس = $\frac{1}{2}$ اب

∵ م ص ⊥ حـ ى ∴ حـ ص = $\frac{1}{2}$ حـ ى

Δ اس م ، Δ حـ ص م

فيهما : ا م = حـ م = نق
ق (∠ اس م) = ق (∠ حـ ص م) = ٩٠°
اس = حـ ص (برهانًا)

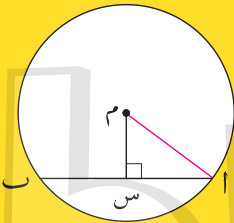
∴ Δ اس م ≡ Δ حـ ص م ∴ م س = م ص

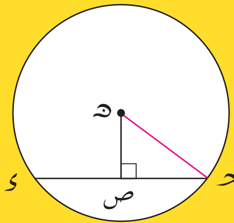
● **نتيجة (١) :** إذا كانت م ، هـ دائرتين متطابقتين ،

اب = حـ ى ،

م س ⊥ اب ، هـ ص ⊥ حـ ى

فإن : م س = هـ ص





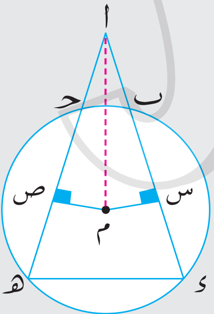
● **مثال ١ :** فى الشكل المقابل :

دائرة م ، ب ى = حـ هـ

فإذا كان : م س ⊥ ب ى ،

م ص ⊥ حـ هـ

فأثبت أن : اب = ا حـ



• **الحـل :** ∵ م س ⊥ ب ى ∴ س ب = ½ ب ى

∵ م ص ⊥ جـ هـ ∴ جـ ص = ½ جـ هـ

∵ ب ى = جـ هـ ∴ م س = م ص ، س ب = جـ ص

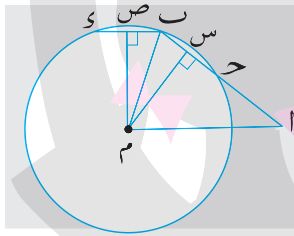
Δ م س ا ، Δ م ص ا

فيهما : م س = م ص
م ا ضلع مشترك
ق (∠ م س ا) = ق (∠ م ص ا) = ٩٠°

∴ Δ م س ا ≡ Δ م ص ا ∴ ا س = ا ص

∵ س ب = جـ ص ∴ ا س − س ب = ا ص − جـ ص ∴ ا ب = ا جـ

• **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل : ا م = ا ب ، جـ ب = ب ى ،
م س ⊥ ب جـ ، م ص ⊥ ب ى
أثبت أن : ا م // ب ى



• **الحـل :** ∵ م س ⊥ ب جـ ، م ص ⊥ ب ى ، ب جـ = ب ى

∴ م س = م ص

Δ م س ب ، Δ م ص ب

فيهما : م س = م ص
م ب ضلع مشترك
ق (∠ م س ب) = ق (∠ م ص ب) = ٩٠°

∴ Δ م س ب ≡ Δ م ص ب ،

ق (∠ م ب س) = ق (∠ م ب ص) .... (١)

∵ Δ ا ب م متساوى الساقين .

∴ ق (∠ ا م ب) = ق (∠ ا ب م) .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ ا م ب) = ق (∠ ى ب م) وهما متبادلتان . ∴ ا م // ب ى

تذكر أن :

● **عكس نظرية (١) :**

فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من مركز الدائرة فإنها تكون متساوية فى الطول .

● **مثال ٣ :** فى الشكل المقابل : أب ، أحـ وتران فى الدائرة م ،

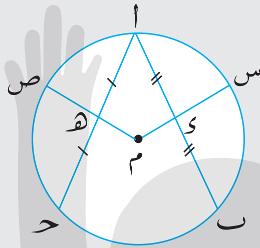
ى منتصف أب ، هـ منتصف أحـ ،

ورسم م ى فقطع الدائرة فى س ،

ورسم م هـ فقطع الدائرة فى ص ،

فإذا كان : ى س = هـ ص ، ق (∠ ب أ حـ) = ٥٤°

أولًا : أثبت أن : أب = أحـ   ثانيًا : أوجد ق (∠ س م ص)



● **الحـل :** أولًا : ∵ م س = م ص = نق ، ى س = هـ ص

∴ م س − ى س = م ص − ص هـ   ∴ م ى = م هـ

∵ ى منتصف أب   ∴ م ى ⊥ أب

∵ هـ منتصف أحـ   ∴ م هـ ⊥ أحـ

∵ م ى = م هـ   ∴ أب = أحـ

ثانيًا : ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى ٣٦٠°

∴ ق (∠ ى م هـ) = ٣٦٠° − (١٨٠° + ٥٤°) = ٣٦٠° − ٢٣٤° = ١٢٦°

● **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل : م ، ﻫ دائرتان متطابقتان

ومتباعدتان ، أ ى // م ﻫ ،

م س ، ﻫ ص عمودان على أ ى

أولًا : ما نوع الشكل س م ﻫ ص ؟   ثانيًا : أثبت أن : أحـ = ب ى

أ س ب حـ ص ى
م ﻫ

● **الحـل :** أولًا : ∵ م س ⊥ أ ى ، ﻫ ص ⊥ أ ى   ∴ م س // ﻫ ص

∵ م ﻫ // س ص   ∴ الشكل م س ص ﻫ مستطيل.

ثانيًا : ∵ م س ⊥ أب ، ﻫ ص ⊥ حـ ى ، م س = ﻫ ص

∴ أب = حـ ى   بإضافة ب حـ إلى كل منهما   ∴ أحـ = ب ى

مسائل على علاقة أوتار الدائرة بمركزها

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ فى الدائرة الواحدة الأوتار المتساوية فى البعد عن المركز تكون .... الطول .

(متوازية أو متعامدة أو متقاطعة أو متساوية)

٢ الأوتار المتساوية فى الطول فى الدوائر المتطابقة تكون ....

(متوازية أو متعامدة أو على أبعاد متساوية من المركز أو متقاطعة)

٣ فى الدوائر المتطابقة إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون ....

(متوازية أو متعامدة أو متقاطعة أو متساوية)

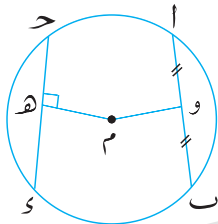
٤ $\overline{أب}$ ، $\overline{حـ ء}$ وتران متساويان فى دائرة م طول نصف قطرها ٥ سم ، فإذا كانت م تبعد عن $\overline{أب}$ بمقدار ٣ سم ، فإن : حـ ء = ... سم .

(٦ أو ٥ أو ٨ أو ١٠)

٥ م ، ن دائرتان متطابقتان ، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م ، $\overline{حـ ء}$ وتر فى الدائرة ن ، فإذا كان أب = حـ ء ، وطول نصف قطر الدائرة م = ٥ سم ، وبعد $\overline{أب}$ عن م = ٣ سم ، فإن : حـ ء = ... سم .

(٥ أو ٤ أو ٦ أو ٨)

٦ فى الشكل المقابل :

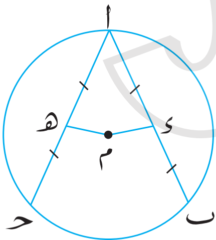


أب = حـ ء ، و منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{مهـ} \perp \overline{حـ ء}$

فإذا كان : أ م = ٢ م ء ، فإن : ق (∠ حـ م هـ) = ...°

(٣٠ أو ٦٠ أو ٤٥ أو ٧٥)

٧ فى الشكل المقابل :

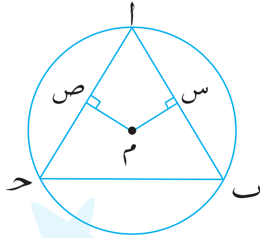


أب = أحـ ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

فإذا كان : ق (∠ أ) = ٥٥°

فإن : ق (∠ ء م هـ) = ...° (١٠٥ أو ٣٥ أو ٧٠ أو ١٢٥)

٨ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م ،

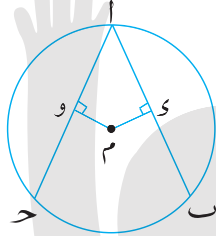
م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ حـ

فإذا كان : م س = م ص ، ق (∠ أ) = ٨٠°

فإن ق (∠ ب) = ...° (٤٠ أ، ٥٠ أ، ٨٠ أ، ٦٠)

(القليوبية ٢٠٢١)

٩ فى الشكل المقابل :



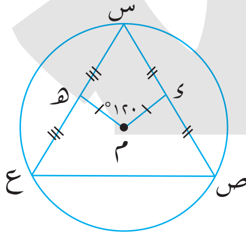
أ ب = أ حـ ، م ى ⊥ أ ب ، م و ⊥ أ حـ

فإذا كان : م ى = ٦ سم

فإن : م و = ... سم . (١٢ أ، ٨ أ، ٦ أ، ٣)

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ فى الشكل المقابل :



س ص ع مثلث مرســـوم داخـل دائرة م ،

ى ، هـ منتصفا س ص ، س ع على الترتيب .

فإذا كان : م ى = م هـ ، ق (∠ ى م هـ) = ١٢٠°

فأثبت أن المثلث س ص ع متساوى الأضلاع .

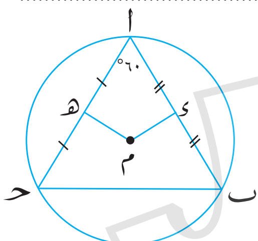
(القاهرة - المنوفية ٢٠٢١)

....

....

....

٢ فى الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ وتران فى الدائرة م ، ى منتصف أ ب ،

هـ منتصف أ حـ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠°

أوجد : ق (∠ ى م هـ) .

(الجيزة - الإسكندرية ٢٠٢١)

....

....

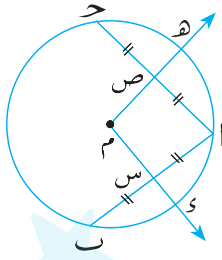
....

٣ فى الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م ،

س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أحـ}$

أثبت أن : س ى = ص هـ



(الجيزة - القليوبية - بورسعيد - دمياط ٢٠٢١)

....

....

....

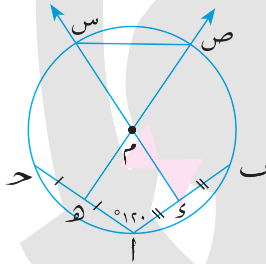
٤ فى الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران فى الدائرة م يحصران زاوية قياسها ١٢٠°

ى ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب .

رسم $\overleftarrow{ىم}$ ، $\overleftarrow{هـم}$ فقطعا الدائرة فى س ، ص على الترتيب .

أثبت أن : المثلث س ص م متساوى الأضلاع .



(الغربية ٢٠٢١)

....

....

....

٥ فى الشكل المقابل : $\overline{س ص}$ ، $\overline{س ع}$ وتران متساويان فى الدائرة م ،

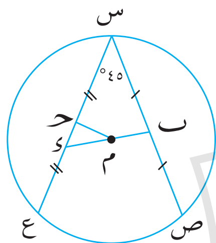
ب منتصف $\overline{س ص}$ ، حـ منتصف $\overline{س ع}$ ،

ق ($\angle$ س) = ٤٥° ،

ى ∈ $\overleftarrow{ب م}$ ، $\overleftarrow{ب م}$ ∩ $\overline{س ع}$ = { ى }

أ أوجد : ق ($\angle$ ب م حـ) ، ق ($\angle$ ى م حـ) .

ب أثبت أن : ب م = حـ ى .



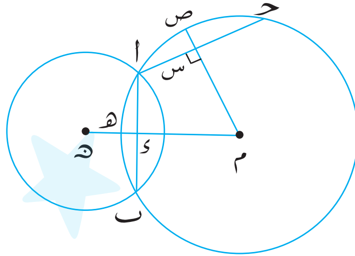
(البحيرة - الفيوم ٢٠١٩)

....

....

....

٦ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

رسم $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$ يقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ فى س ،

ويقطع الدائرة م فى ص ،

رسم $\overline{\text{م ن}}$ يقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى د ، ويقطع الدائرة م فى هـ

فإذا كان : أ جـ = أ ب ، فأثبت أن : س ص = د هـ

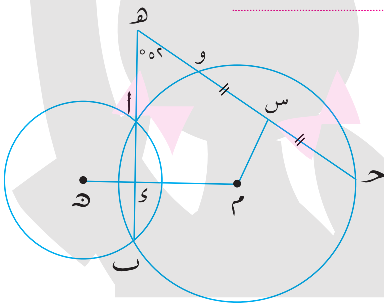
(الغربية ٢٠٢١)

....

....

....

٧ فى الشكل المقابل :



دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب

هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overline{\text{هـ جـ}}$ يقطع الدائرة م فى جـ ، و ،

س منتصف $\overline{\text{جـ و}}$ ، ق (∠ هـ) = ٥٢°

احسب : ق (∠ س م د) .

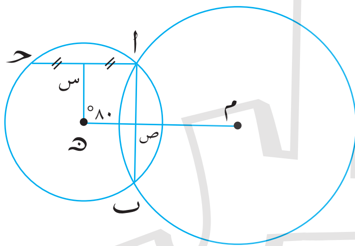
(المنوفية ٢٠٢١)

....

....

....

٨ فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

$\overline{\text{م ن}}$ ∩ $\overline{\text{أ ب}}$ = { ص } ،

ق (∠ ص ن س) = ٨٠° ، س منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

أوجد : ق (∠ ب أ جـ) .

(الشرقية ٢٠٢١)

....

....

....

الإجابات

علاقة أوتار الدائرة بمركزها

أولًا : الاختيار من متعدد :

١ متساوية　　٢ على أبعاد متساوية من المركز　　٣ متساوية

٤ حـ ء = ٨ سم　　٥ ٨ سم　　٦ ق (∠ حـ م هـ) = ٦٠°

٧ ق (∠ ء م هـ) = ١٢٥°　　٨ ق (∠ ب) = ٥٠°　　٩ م و = ٦ سم

(ثانيًا) أجب عما يأتى :

١ ∵ م ء = م هـ　　∴ س ص = س ع ،　　∴ ق (∠ س) = ٦٠°

∴ المثلث س ص ع متساوى الأضلاع

٢ ∵ ء منتصف $\overline{اب}$ ، هـ منتصف $\overline{اح}$　　∴ ق (∠ ا ء م) = ق (∠ ا هـ م) = ٩٠°

فى الشكل ا ء م هـ : ق (∠ ء م هـ) = ١٢٠°

٣ راجع الحلول السابقة .

٤ راجع الحلول السابقة .

٥ أ ق (∠ ب م حـ) = ١٣٥° ، ق (∠ ء م حـ) = ٤٥°

ب ∵ حـ منتصف $\overline{سع}$　　∴ $\overline{مح}$ ⊥ $\overline{سع}$ ،

ق (∠ ء م حـ) = ٤٥° ، ق (∠ حـ ء م) = ٤٥°

∴ م حـ = حـ ء　　∵ م ب = م حـ　　∴ م ب = حـ ء

٦ ∵ $\overline{مس}$ ⊥ $\overline{اح}$ ، $\overline{مء}$ ⊥ $\overline{اب}$ ، اح = اب

∴ م س = م ء ، ∵ م ص = م هـ　　∴ م ص − م س = م هـ − م ء　　∴ س ص = ء هـ

٧ ق (∠ م ء هـ) = ق (∠ م س هـ) = ٩٠°

فى الشكل هـ س م ء　　ق (∠ س م ء) = ٣٦٠° − (١٨٠° + ٥٢°) = ١٢٨°

٨ ق (∠ هـ ص ا) = ق (∠ هـ س ا) = ٩٠°

فى الشكل ا ص هـ س　　ق (∠ ب ا حـ) = ١٠٠°

المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد



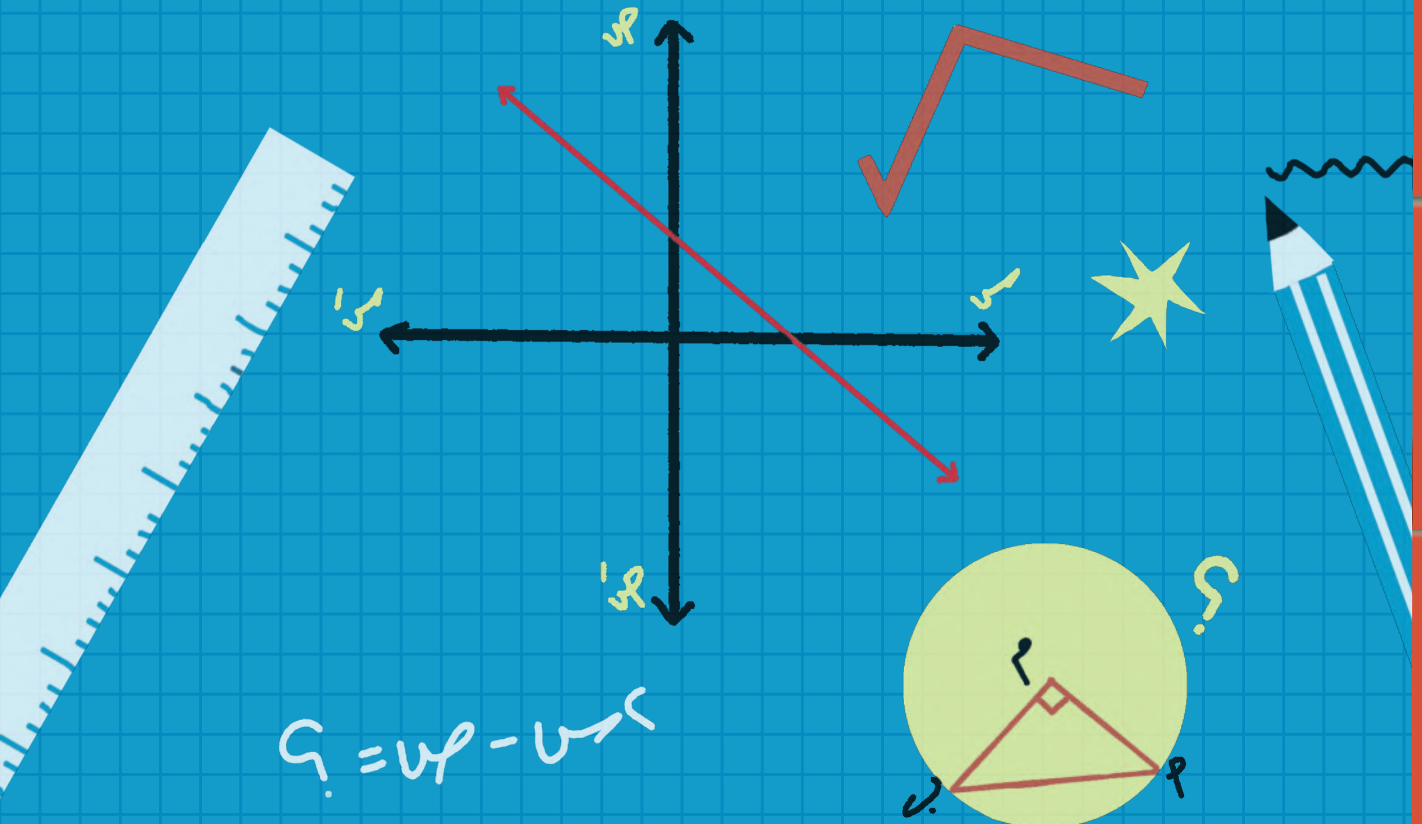
الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني



الزوايا والأقواس فى الدائرة

أولًا : الزاوية المركزية وقياس الأقواس :

تذكر أن :



مفاهيم ومصطلحات أساسية

● **القوس :**

* فى الشكل المقابل :

ضلعا ∠ أ م ب يقسمان الدائرة إلى قوسين :

أولًا : **القوس الأصغر** : أ ب ، ويرمز له بالرمز ⌒أ ب .

ثانيًا : **القوس الأكـــبر** : أ حـ ب ، ويرمز له بالرمز ⌒أ حـ ب .

● **الزاوية المركزية :**

هى زاوية رأسها مركز الدائرة ، ويحمل كل من ضلعيها نصف قطر فى الدائرة .

* فى الشكل المقابل :

⌒أ ب يقابل ∠ أ م ب المركزية ،

⌒أ حـ ب يقابل ∠ أ م ب المركزية المنعكسة .

* فى الشكل المقابل : أ ب قطر فى الدائرة م

∵ أ ب قطر فى الدائرة . ∴ ق (∠ أ م ب) = ١٨٠° .

⌒أ ب يطابق ⌒أ حـ ب ويسمى كل منهما (نصف الدائرة) .

● **قياس القوس :**

هو قياس الزاوية المركزية المقابلة له .

فى الشكل المقابل :

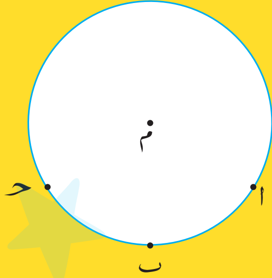
∵ أ ب قطر فى الدائرة . ∴ ق (⌒أ ب) = ق (⌒أ حـ ب) = ١٨٠° .

● **طول القوس :** هو جزء من محيط الدائرة .

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ × محيط الدائرة

قياس الدائرة = ٣٦٠° ، محيط الدائرة = ٢ π نق

● **القوسان المتجاوران :**



هما قوسان فى دائرة يشتركان فى نقطة واحدة فقط .

* فى الشكل المقابل : $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overset{\frown}{ب حـ}$ قوسان متجاوران فى الدائرة م ؛ لأنهما يشتركان فى النقطة ب .

ق ($\overset{\frown}{أب}$) + ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق ($\overset{\frown}{أ ب حـ}$)

ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ق ($\overset{\frown}{أ ب حـ}$) − ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$)

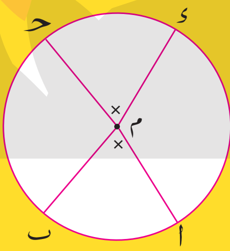
نتائج هامة

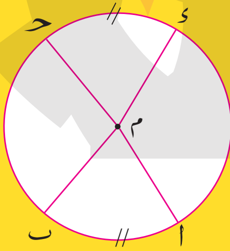
نتيجة (١) : فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) ، الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول ، والعكس صحيح .

* فى الدائرة م :

إذا كان : ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ق ($\overset{\frown}{حـ ء}$)

فـــإن : طول $\overset{\frown}{أب}$ = طول $\overset{\frown}{حـ ء}$





* والعكس فى الدائرة م :

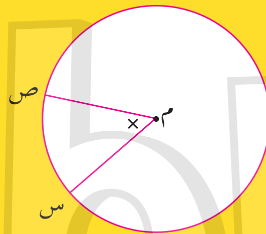
إذا كان : طــول ($\overset{\frown}{أب}$) = طول ($\overset{\frown}{حـ ء}$)

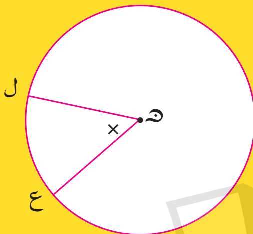
فـــإن : قياس ($\overset{\frown}{أب}$) = قياس ($\overset{\frown}{حـ ء}$)

* فى الدوائر المتطابقة :

إذا كان : ق ($\overset{\frown}{س ص}$) = ق ($\overset{\frown}{ل ع}$)

فـــإن : طول $\overset{\frown}{س ص}$ = طول $\overset{\frown}{ل ع}$

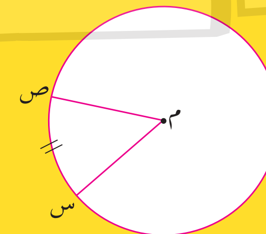


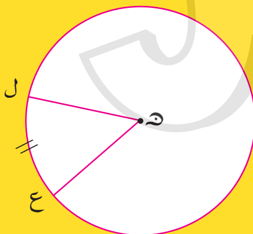


* والعكس فى الدوائر المتطابقة :

إذا كان : طول $\overset{\frown}{س ص}$ = طول $\overset{\frown}{ل ع}$

فـــإن : ق ($\overset{\frown}{س ص}$) = ق ($\overset{\frown}{ل ع}$)





نتيجة (٢) : فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) ، الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول ، والعكس صحيح .

* فى الدائرة م :

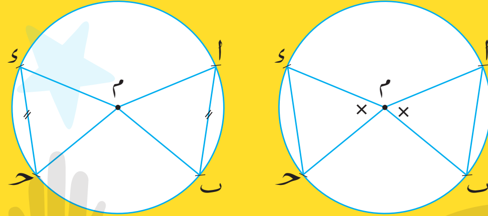
إذا كان : ق (أب⌒) = ق (حـ ء⌒)

فـإن : طول أب‾ = طول حـ ء‾

* والعكس فى الدائرة م :

إذا كان : طول أب‾ = حـ ء‾

فـإن : ق (أب⌒) = ق (حـ ء⌒)



* فى الدوائر المتطابقة :

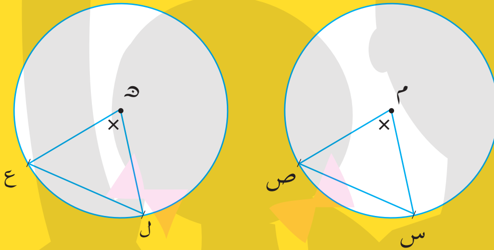
إذا كان : ق (س ص⌒) = ق (ل ع⌒)

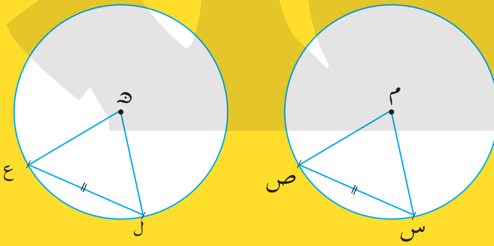
فـإن : طول س ص‾ = طول ل ع‾

* والعكس فى الدوائر المتطابقة :

إذا كان : طول س ص‾ = طول ل ع‾

فـإن : ق (س ص⌒) = ق (ل ع⌒)



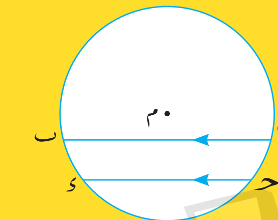


نتيجة (٣) : الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس .

* فى الدائرة م :

إذا كان : أب‾ // حـ ء‾

فـإن : ق (أحـ⌒) = ق (ب ء⌒)



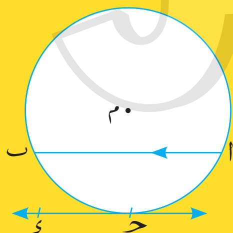
نتيجة (٤) : القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه فى الدائرة متساويان فى القياس .

* فى الدائرة م :

إذا كان : أب‾ وترًا فى الدائرة م ، (حـ ء↔) مماسًا عند حـ

وكان : أب‾ // حـ ء‾

فإن : ق (أحـ⌒) = ق (ب حـ⌒)

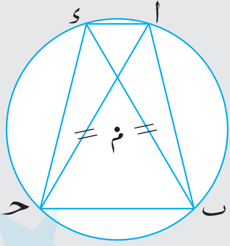


• **مثال ١ :** فى الشكل المقابل :

اب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : احـ = ب ء ،

اب = (٥ س − ٣) سم ، حـ ء = (س + ٩) سم .

أوجد طول $\overline{اب}$.



• **الحـل :** ∵ احـ = ب ء

∴ ق($\overset{\frown}{اب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{ب حـ ء}$) بطرح ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) من كل منهما :

∴ ق($\overset{\frown}{اب}$) = ق($\overset{\frown}{حـ ء}$) ∴ اب = حـ ء

∴ ٥ س − ٣ = س + ٩ ∴ ٤س = ١٢ ∴ س = ٣

∴ اب = ٥ س − ٣ ∴ اب = ٥ × ٣ − ٣ = ١٢ سم .

• **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل :

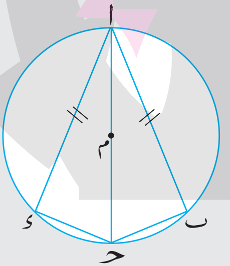
اب حـ ء شكل رباعى دائرى ، $\overline{احـ}$ قطر فى الدائرة م ،

اب = ا ء ، ب حـ = (٧س − ٣) سم ،

حـ ء = (٣ س + ١) سم

أولًا : أثبت أن : ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{حـ ء}$)

ثانيًا : أوجد طول $\overline{حـ ء}$



• **الحـل :** أولًا : ∵ $\overline{احـ}$ قطر فى الدائرة م

∴ ق($\overset{\frown}{اب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{ا ء حـ}$) .... (١)

∵ اب = ا ء

∴ ق($\overset{\frown}{اب}$) = ق($\overset{\frown}{ا ء}$) .... (٢)

بطرح (٢) من (١) :

∴ ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{حـ ء}$)

ثانيًا : ∵ ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{حـ ء}$) ∴ ب حـ = حـ ء

∴ ٧ س − ٣ = ٣ س + ١ ∴ ٤ س = ٤ ∴ س = ١

∵ حـ ء = ٣ س + ١ ∴ حـ ء = ٣ × ١ + ١ = ٤ سم

مسائل على الزوايا والأقواس فى الدائرة

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ طول القوس الذى يمثل نصف الدائرة يساوى ....

(٩٠° أو ١٨٠° أو ٢π نق أو π نق)

٢ الزاوية المركزية التى قياسها ١٢٠° تقابل قوسًا طوله = ... محيط الدائرة .

($\frac{١}{٦}$ أو $\frac{١}{٤}$ أو $\frac{١}{٣}$ أو $\frac{١}{٢}$)

٣ قياس $\frac{١}{٦}$ الدائرة = ...

(٩٠° أو ١٢٠° أو ٦٠° أو ٤٥°)

٤ قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٤}$ قياس الدائرة = ...

(π نق أو $\frac{١}{٢}$ π نق أو ٩٠° أو ١٨٠°)

٥ قياس القوس الذى يمثل $\frac{٣}{٤}$ قياس الدائرة = ...

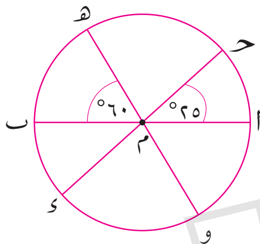
(٩٠° أو ١٢٠° أو ٢٧٠° أو ١٨٠°)

٦ إذا كان ا ب حـ ء شكلًا رباعيًّا داخل دائرة ، وكان $\overline{اء}$ // $\overline{بحـ}$ ؛ فإن : ....

(اب < ءحـ أو اب > ءحـ أو اب = ءحـ أو $\overline{اب}$ // $\overline{ءحـ}$)

٧ فى الشكل المقابل ، إذا كان : $\overline{اب}$ ، $\overline{حـء}$ ، $\overline{هـو}$ أقطارًا فى الدائرة م ،

ق (∠ ا م حـ) = ٢٥° ، ق (∠ ب م هـ) = ٦٠° ؛ فإن :



أ ق ($\overset{\frown}{هـ ب ء}$) = ...

(٧٠° أو ٧٥° أو ٨٥° أو ٩٥°)

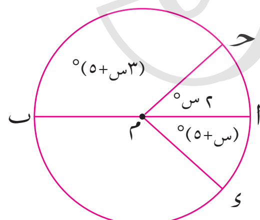
ب ق ($\overset{\frown}{ا و ء}$) = ...

(٩٥° أو ١٥٥° أو ٨٥° أو ١٧٠°)

٨ فى الشكل المقابل ، إذا كان $\overline{اب}$ قطرًا فى الدائرة م ،

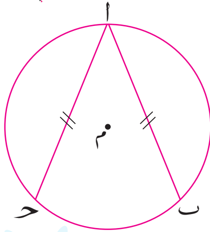
ق (∠ ا م حـ) = ٢ س° ، ق (∠ حـ م ب) = (٣س + ٥)° ،

ق (∠ ا م ء) = (س + ٥)° ؛ فإن : ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) = ...



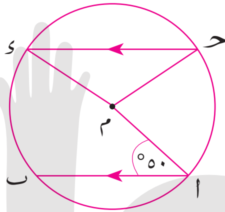
(٧٠° أو ٤٠° أو ١١٠° أو ١٤٠°)

ثانيًا : أجب عما يأتى :



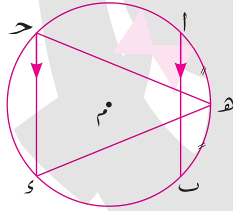
١ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران متساويان فى الطول ،
و $(\overset{\frown}{بحـ}) = \frac{٥}{١٨}$ من قياس الدائرة ، أوجد : و $(\overset{\frown}{أب})$.

(القاهرة ٢٠٢٠)



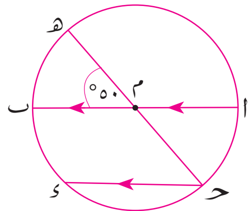
٢ فى الشكل المقابل :
$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران متوازيان فى الدائرة م ، و $(\overset{\frown}{أحـ}) = ٧٥°$ ،
و $(\angle$ م اب$) = ٥٠°$ ، أوجد : و $(\overset{\frown}{حـء})$.

(الفيوم ٢٠٢٠)



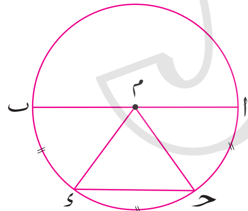
٣ فى الشكل المقابل :
و $(\overset{\frown}{أهـ}) =$ و $(\overset{\frown}{بهـ})$ ، $\overline{أب} // \overline{حـء}$
أثبت أن : و $(\angle$ حـ $) =$ و $(\angle$ ء $)$.

(السويس ٢٠٢٠)



٤ فى الشكل المقابل :
$\overline{أب}$ ، $\overline{حـهـ}$ قطران فى الدائرة م ؛ فإذا كان :
و $(\angle$ هـ م ب$) = ٥٠°$ ، $\overline{أب} // \overline{حـء}$
فأوجد : **أ** و $(\overset{\frown}{بء})$. **ب** و $(\overset{\frown}{أحـء})$.

(الجيزة ٢٠١٩)

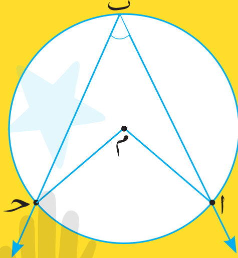


٥ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ،
و $(\overset{\frown}{أحـ}) =$ و $(\overset{\frown}{حـء}) =$ و $(\overset{\frown}{ءب})$.
أثبت أن : المثلث م حـ ء متساوى الأضلاع .

(مطروح ٢٠٢٠)

ثانيًا : العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس

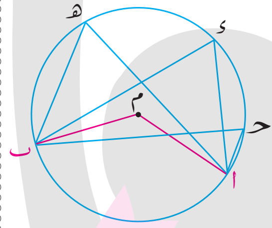
تذكر أن :



- **الزاوية المحيطية :** هى الزاوية التى رأسها على الدائرة ، ويحمل كل ضلع من ضلعيها وترًا فى الدائرة .

ففى الشكل المقابل ∠ ا ب حـ زاوية محيطية قوسها (⌒احـ) .

وتشترك معها (∠ ا م حـ) المركزية فى نفس القوس (⌒احـ) .



- توجد لكل زاوية محيطية زاوية مركزية واحدة تشترك معها فى القوس ، ولكل زاوية مركزية عدد لا نهائى من الزوايا المحيطية التى تشترك معها فى القوس .

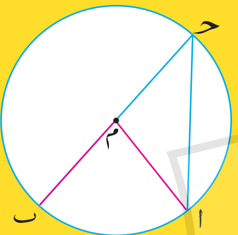
نظرية (١)

- **قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس .**

المعطيات : (∠ ا حـ ب) زاوية محيطية ، (∠ ا م ب) زاوية مركزية .

المطلوب : إثبات أن : ق (∠ ا حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا م ب) .

الحالة الأولى : إذا كانت م تنتمى لأحد ضلعى الزاوية المحيطية



البرهـــان : ∵ ∠ ا م ب خارجة عن المثلث ا م حـ

∴ ق (∠ ا م ب) = ق (∠ ا) + ق (∠ حـ) .... (١)

∵ المثلث م ا حـ متساوى الساقين ،

(م ا = م حـ) أنصاف أقطار فى الدائرة م

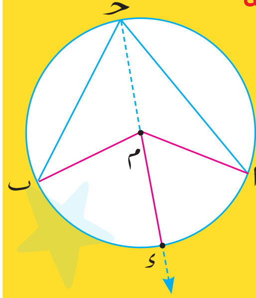
∴ ق (∠ ا) = ق (∠ حـ) .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ ا م ب) = ٢ ق (∠ حـ) = ٢ ق (∠ ا حـ ب)

∴ ق (∠ ا حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا م ب)

الحالة الثانية : إذا كانت م تقع داخل الزاوية المحيطية



العمـل : نرسم حـ ء يقطع الدائرة فى ء .

البرهان : ∵ المثلث م أ حـ متساوى الساقين ،

∠ أ م ء خارجة عن المثلث م أ حـ

∴ ق (∠ أ حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ء) .... (١)

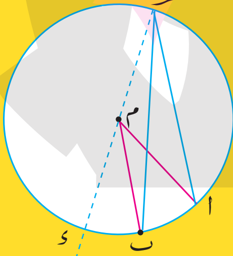
∵ المثلث م ب حـ متساوى الساقين ، ∠ ب م ء خارجة عن المثلث م ب حـ

∴ ق (∠ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ء م ب) .... (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب)

الحالة الثالثة : إذا كانت م تقع خارج الزاوية المحيطية



العمـل : نرسم حـ ء يقطع الدائرة فى ء .

البرهان : ∵ المثلث م أ حـ متساوى الساقين ،

∠ أ م ء خارجة عن المثلث م أ حـ

∴ ق (∠ أ حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ء) .... (١)

∵ المثلث م ب حـ متساوى الساقين ، ∠ ب م ء خارجة عن المثلث م ب حـ

∴ ق (∠ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ء) .... (٢)

بطرح (٢) من (١) :

∴ ق (∠ أ حـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب)

نتيجة (١) : قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

* فى الشكل المقابل :

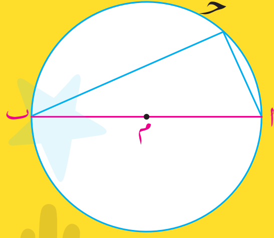
∵ ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) ،

∵ قياس الزاوية المركزية يساوى قياس القوس المقابل لها .

∴ ق (∠ أ م ب) = ق ($\overset{\frown}{أب}$)

∴ ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أب}$)

نتيجة (٢) : الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرةتكون قائمة



* فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى الدائرة م

∴ قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها .

∴ ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ا ب}}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ا ب}}$) = ١٨٠°

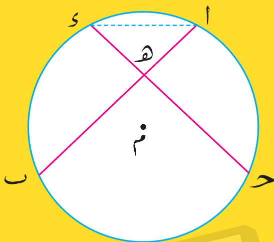
∴ ق (∠ حـ) = ٩٠°

تذكر أن :

- الزاوية المحيطية التى تحصر بين ضلعيها **قوسًا أصغر من** طول نصف الدائرة تكون **زاوية حادة** .
- الزاوية المحيطية التى تحصر بين ضلعيها **قوسًا أكبر من** طول نصف الدائرة تكون **زاوية منفرجة** .

تمرين مشهور (١)

إذا تقاطع وتران فى نقطة داخل الدائرة ؛ فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى نصف مجموع قياسى القوسين المقابلين لهما .



المعطيات : $\overline{\text{ا ب}}$ ∩ $\overline{\text{حـ ء}}$ = {هـ}

المطلوب : ق (∠ ا هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$))

العمـــل : نرسم $\overline{\text{ا ء}}$.

البرهـــان : ∵ ∠ ا هـ حـ خارجة عن المثلث ا هـ ء

∴ ق (∠ ا هـ حـ) = ق (∠ ء) + ق (∠ ا) .... (١)

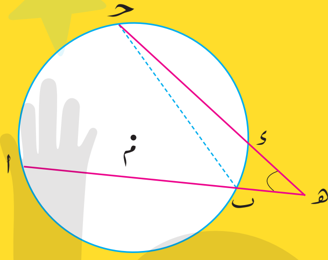
∵ ق (∠ ء) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$) ، ق (∠ ا) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ ا هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ (ق ($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$))

تمرين مشهور (٢)

● إذا تقاطع شعاعان حاملان لوترين فى دائرة من الخارج ، فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوى نصف قياس القوس الأكبر مطروحًا منه نصف قياس القوس الأصغر اللذين يحصرهما ضلعا هذه الزاوية .



المعطيات : $\overleftarrow{\text{ا ب}} \cap \overleftarrow{\text{حـ ء}}$ = {هـ}

المطلوب : ق (∠ هـ) = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$) - ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$))

العمـــل : نرسم $\overline{\text{ب حـ}}$

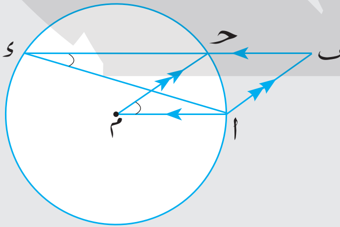
البرهـــان : ∵ ∠ ا ب حـ خارجة عن المثلث ب هـ حـ

∴ ق (∠ هـ) = ق (∠ ا ب حـ) - ق (∠ ب حـ ء)

∴ ق (∠ هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$) - $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$)

∴ ق (∠ هـ) = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$) - ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$))

● **مثال ١ :** فى الشكل المقابل : م دائرة ،
م ا ب حـ متوازى أضلاع ،
ق (∠ ب) = ٥٠°
أوجد : ق (∠ ا ء م) .



● **الحل :** ∵ ا ب حـ ء متوازى أضلاع . ∴ ق (∠ ا م حـ) = ق (∠ ب) = ٥٠°

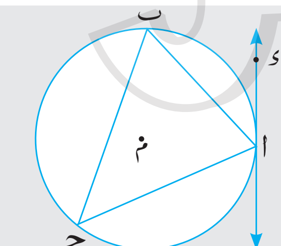
∵ ∠ ا ء حـ المحيطية ، ∠ ا م حـ المركزية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$)

∴ ق (∠ ا ء حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ ا م حـ)

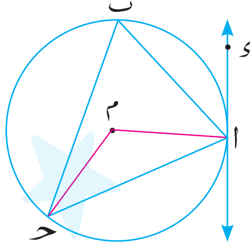
∴ ق (∠ ا ء حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٥٠° = ٢٥°

∵ $\overleftrightarrow{\text{ا م}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ∴ ق (∠ ء ا م) = ق (∠ ا ء حـ) = ٢٥° بالتبادل .

● **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل :
$\overleftrightarrow{\text{ا ء}}$ مماس للدائرة عند ا ،
ق (∠ حـ ا ء) = ١٢٠°
أوجد : ق (∠ ب) .



- **الحـــل :** نرسم نصف القطر $\overline{م ا}$ ، $\overline{م حـ}$



∵ $\overleftarrow{ا ء}$ مماس للدائرة عند ا ، $\overline{م ا}$ نصف قطر .

∴ ق (∠م ا ء) = ٩٠° ، ∵ ق (∠ء ا حـ) = ١٢٠°

∴ ق (∠م ا حـ) = ق (∠ء ا حـ) – ق (∠ء ا م)

∴ ق (∠م ا حـ) = ١٢٠° – ٩٠° = ٣٠°

فى المثلث م ا حـ : ∵ م ا = م حـ ، ق (∠م ا حـ) = ٣٠°

∴ ق (∠ا م حـ) = ١٨٠° – ٢ × ٣٠° = ١٢٠°

∵ ∠ا ب حـ المحيطية ، ∠ا م حـ المركزية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{ا حـ}$)

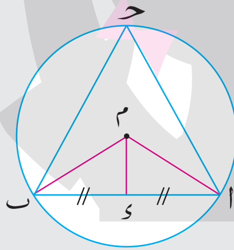
∴ ق (∠ا ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ا م حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠° = ٦٠°

- **مثال ٣ :** $\overline{ا ب}$ وتر فى الدائرة م ، ء منتصف $\overline{ا ب}$

فإذا كان : ق ($\overset{\frown}{ا ب}$) = $\frac{١}{٣}$ قياس الدائرة

فأثبت أن :

ق (∠ا م ء) = ق (∠ا حـ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{ا ب}$)



- **الحـل :** نرسم $\overline{م ا}$ ، $\overline{م ب}$

∵ ق ($\overset{\frown}{ا ب}$) = $\frac{١}{٣}$ قياس الدائرة ∴ ق ($\overset{\frown}{ا ب}$) = $\frac{١}{٣}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

∵ قياس الزاوية المركزية يساوى قياس القوس المقابل لها .

∴ ق (∠ا م ب) = ١٢٠°

∵ (∠ا حـ ب) المحيطية ، ∠ا م ب المركزية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{ا ب}$)

∴ ق (∠ا حـ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ا م ب) = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠° = ٦٠° .... (١)

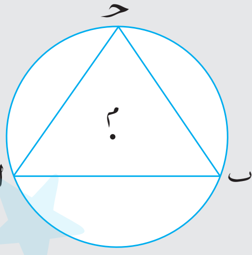
∵ المثلث م ا ب متساوى الساقين ، ء منتصف ($\overline{ا ب}$)

∴ ق (∠ا م ء) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ا م ب) = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠° = ٦٠° .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ا م ء) = ق (∠ا حـ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{ا ب}$)

• **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م ،

ق (⌒ا ب) : ق (⌒ب حـ) : ق (⌒ا حـ) = ٧ : ٥ : ٦

أوجد : ق (∠ ب ا حـ)

• **الحـل :** نفرض أن ق (⌒ا ب) = ٧س ، ق (⌒ب حـ) = ٥س ، ق (⌒ا حـ) = ٦س

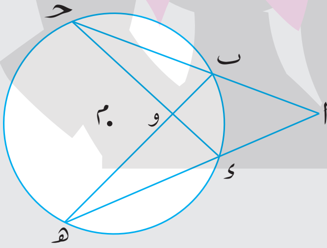
∴ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ٧س + ٥س + ٦س = ٣٦٠°　　∴ ١٨س = ٣٦٠°　　∴ س = ٢٠°

∴ ق (∠ ب ا حـ) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (⌒ب حـ)

∴ ق (∠ ب ا حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٥س = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٢٠ = ٥٠°

• **مثال ٥ :** فى الشكل المقابل :



حـ ب ، هـ ء وتران فى الدائرة م .

$\overleftrightarrow{حـ ب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ ء}$ = {ا}

$\overline{ب هـ}$ ∩ $\overline{ء حـ}$ = {و}

فإذا كان : ق (∠ ا) = ٣٠° ، ق (⌒ب ء) = ٥٠°

فأوجد : أولًا : ق (⌒حـ هـ)　　ثانيًا : ق (∠ ب و ء)

• **الحـل :** أولًا : ∵ $\overleftrightarrow{حـ ب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ ء}$ = {ا}

∴ ق (∠ ا) = $\frac{١}{٢}$ (ق (⌒حـ هـ) − ق (⌒ب ء))

∴ ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ (ق (⌒حـ هـ) − ٥٠°) بضرب طرفى المعادلة × ٢

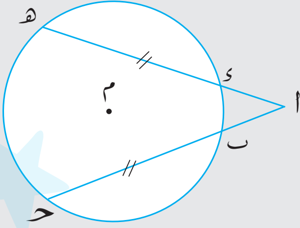
∴ ٦٠° = ق (⌒حـ هـ) − ٥٠°　　∴ ق (⌒حـ هـ) = ١١٠°

ثانيًا : ∵ $\overline{ب هـ}$ ∩ $\overline{حـ ء}$ = {و}

∴ ق (∠ ب و ء) = $\frac{١}{٢}$ (ق (⌒ب ء) + ق (⌒حـ هـ))

∴ ق (∠ ب و ء) = $\frac{١}{٢}$ (٥٠° + ١١٠°) = $\frac{١}{٢}$ × ١٦٠° = ٨٠°

● **مثال ٦:** فى الشكل المقابل :



$\overline{هـ ء}$ ، $\overline{حـ ب}$ وتران متساويان فى الدائرة م ،

$\overleftarrow{هـ ء} \cap \overleftarrow{حـ ب} = \{ا\}$

فإذا كان : ق (∠ ا) = ٢٥° ، ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٣٠°

فأوجد : أولًا : ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) ثانيًا : ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$)

● **الحـل :** أولًا : ∵ $\overleftarrow{هـ ء} \cap \overleftarrow{حـ ب} = \{ا\}$

∴ ق (∠ ا) = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) – ق ($\overset{\frown}{ب ء}$))

∴ ٢٥° = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) – ٣٠°) بضرب طرفى المعادلة × ٢

∴ ٥٠° = ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) – ٣٠° ∴ ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) = ٨٠°

ثانيًا : ∵ ب حـ = ء هـ ∴ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ء هـ}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) + ق ($\overset{\frown}{ء هـ}$) = ٣٦٠° – (ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) + ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$))

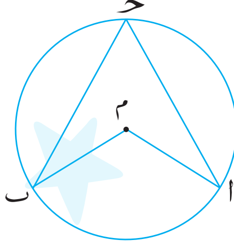
∴ ٢ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ٣٦٠° – (٣٠° + ٨٠°)

∴ ٢ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ٣٦٠° – ١١٠° = ٢٥٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = $\frac{١}{٢}$ × ٢٥٠° = ١٢٥°

مسائل على العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

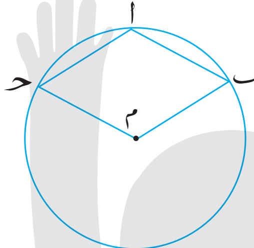


١ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (∠ م) – ق (∠ حـ) = ٣٠°

فــإن : ق (∠ حـ) = ...

(١٥° أ ٣٠° أ ٦٠° أ ٩٠°)

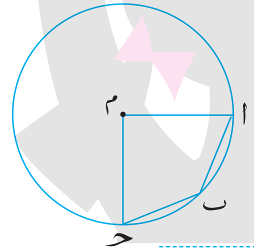


٢ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (⌒أب) = ٦٠° ، ق (⌒أحـ) = ٨٠°

فــإن : ق (∠ ب م حـ) = ...

(٧٠° أ ١٠٠° أ ١٤٠° أ ٢٢٠°)

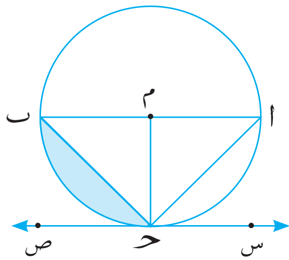


٣ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (∠ أ م حـ) = ٩٠°

فــإن : ق (∠ أ ب حـ) = ...

(٩٠° أ ١٣٥° أ ١٨٠° أ ٤٥°)



٤ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب قطرًا فى دائرة م طول نصف قطرها ٧سم ، س ص ↔ مماس للدائرة عند حـ ويوازى أب (π ≈ $\frac{22}{7}$) ، فإن :

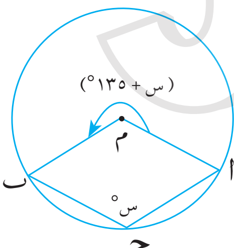
(أ) (∠ أ ب حـ) ....

(قائمة أ حادة أ منفرجة أ مستقيمة)

(ب) ق (⌒ب حـ) = ... (٤٥° أ ١٨٠° أ ٦٠° أ ٩٠°)

(جـ) طول (⌒أحـ) = ... سم . (٤٤ أ ١١ أ ٣٣ أ ٢٢)

(د) مساحة المنطقة المظللة = ... سم٢ . (١٥٤ أ ٧٧ أ ١٤ أ ٣٨,٥)



٥ فى الشكل المقابل :

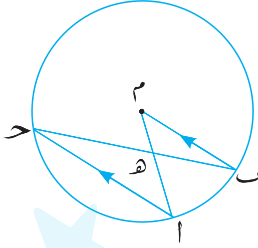
إذا كان : ق (∠ أ م ب) المركزية المنعكسة = (س + ١٣٥°)

، ق (∠ حـ) = س°

فإن : س = ... (٤٥° أ ٩٠° أ ١٣٥° أ ٦٢,٥°)

ثانيًا : أجب عما يأتي :

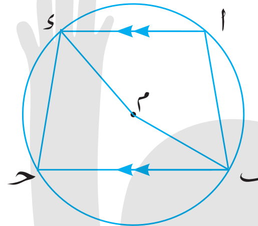
١ في الشكل المقابل : $\overline{بحـ}$ وتر في الدائرة م ،
$\overline{بحـ} \cap \overline{م أ} = \{هـ\}$ ، $\overline{بم} \parallel \overline{أحـ}$
أثبت أن : حـ هـ > أ هـ



....

....

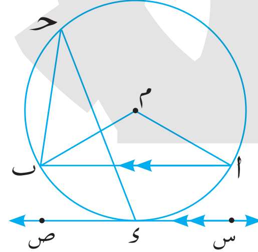
٢ في الشكل المقابل :
أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل الدائرة م ،
$\overline{أء} \parallel \overline{بحـ}$ ، ق (∠ أ ء حـ) = ١٠٥°
أوجد : ق (∠ ب أ ء) .



....

....

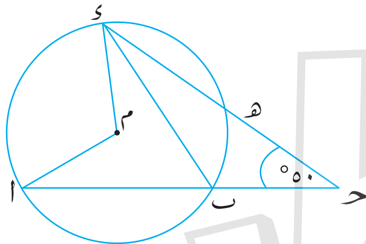
٣ في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{س ص}$ يمس الدائرة م في ء ، $\overleftrightarrow{س ص} \parallel \overline{أ ب}$
فإذا كان : ق (∠ ب حـ ء) = ٣٥°
فأوجد : ق (∠ أ م ب) .



....

....

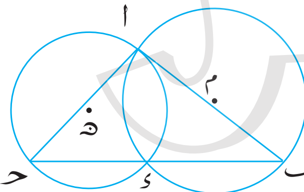
٤ في الشكل المقابل : في الدائرة م
ق (∠ حـ) = ٥٠° ، ق ($\overset{\frown}{ب هـ}$) = ٦٠°
أوجد : ق (∠ أ م ء) .



....

....

٥ في الشكل المقابل : الدائرة م ∩ الدائرة هـ = {أ ، ء} ،
ء ∈ $\overline{بحـ}$ ، وفي الدائرة م : ق ($\overset{\frown}{أ ء}$) = ٦٠°
وفي الدائرة هـ : ق ($\overset{\frown}{أ ء}$) = ٨٠° ، أوجد : ق (∠ ب أ حـ) .



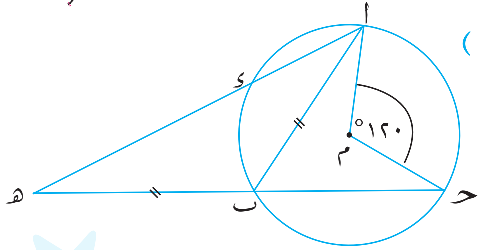
....

....

٦ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠١٩)

م دائرة ، ق (∠ أ م حـ) = ١٢٠° ،

ب أ = ب هـ ، أوجد : ق (∠ هـ) .



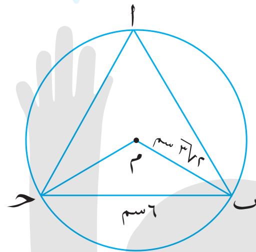
....

....

٧ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠١٩)

دائرة م ، ب حـ = ٦ سم ، ب م = ٢ $\sqrt{٣}$ سم

أوجد : ق (∠ ب أ حـ) .



....

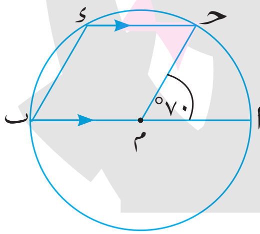
....

٨ فى الشكل المقابل : (المنوفية ٢٠٢١)

$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{حـ ء}$ // $\overline{أ ب}$ ،

ق (∠ أ م حـ) = ٧٠° ، احسب :

أ ق (∠ أ ء حـ) **ب** ق (∠ ب أ ء)



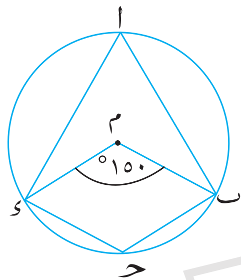
....

....

٩ فى الشكل المقابل : (الإسماعيلية ٢٠٢١)

دائرة مركزها م ، ق (∠ ب م ء) = ١٥٠°

أوجد : ق (∠ حـ)



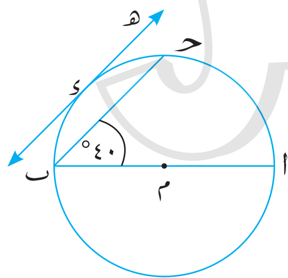
....

....

١٠ فى الشكل المقابل : (الوادى الجديد ٢٠١٨)

$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ب) = ٤٠° ، $\overleftrightarrow{ء هـ}$ مماس

للدائرة عند ء ، $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$. أوجد : ق ($\overset{\frown}{حـ ء}$) .



....

....

مسائل على التمرينين المشهورين (١) ، (٢)

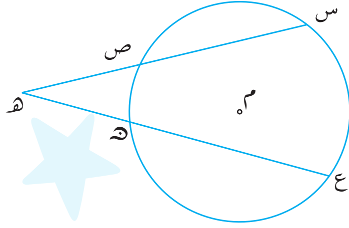
أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (س⌢ع) = ٧٠°

، ق (ص⌢ﻫ) = ٣٠°

فإن : ق (∠ ﻫ) = ... (٢٠° أو ٥٠° أو ٤٠° أو ١٠٠°)

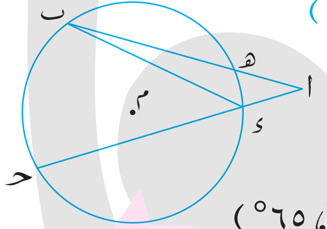


٢ فى الشكل المقابل : (المنوفية ٢٠١٨)

إذا كان : ق (ﻫ⌢ء) = ٣٠° ،

ق (∠ ب ء حـ) = ٥٠°

فإن : ق (∠ أ) = ... (١٣٠° أو ٧٠° أو ٣٥° أو ٦٥°)

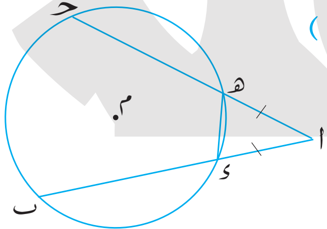


٣ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠١٨)

إذا كان : ق (ب⌢حـ) = ١١٢° ، ق (ء⌢ﻫ) = ٤٤° ،

أ ء = أ ﻫ ، فإن : ق (∠ أ ء ﻫ) = ...

(٧٥° أو ٧٣° أو ٧٠° أو ٧٦°)

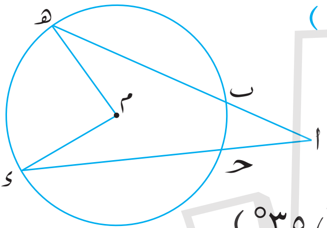


٤ فى الشكل المقابل : (أسيوط ٢٠١٩)

أ نقطة خارج الدائرة م

فإذا كان : ق (ب⌢حـ) = ٢٠° ، ق (∠ ء م ﻫ) = ١٠٠°

فإن : ق (∠ أ) = ... (٤٠° أو ٨٠° أو ٢٥° أو ٣٥°)

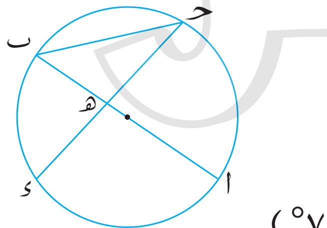


٥ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{حـء}$ وتران فى دائرة ،

فإذا كان : $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{حـء}$ = {ﻫ} ،

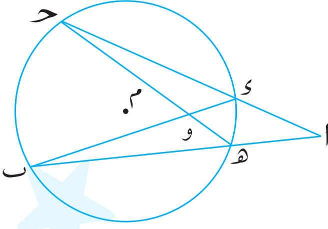
ق (∠ ا ب حـ) = ٥٠° ، ق (ب⌢ء) = ٧٠°

فإن : ق (∠ أ ﻫ حـ) = ... (٣٠° أو ٥٠° أو ٨٥° أو ٧٠°)



ثانيًا : أجب عما يأتى :

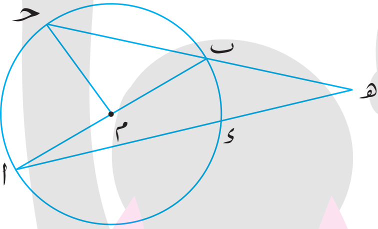
١ فى الشكل المقابل : $\overline{بى} \cap \overline{حـ هـ}$ = {و} ،
$\overleftarrow{بهـ} \cap \overleftarrow{حـ ى}$ = {أ} ،
ق (∠ ب و حـ) = ٨٠° ، ق ($\overset{\frown}{هـ ى}$) = ٥٠°
أوجد : **أ** ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$) **ب** ق (∠ ب أ حـ)



....

....

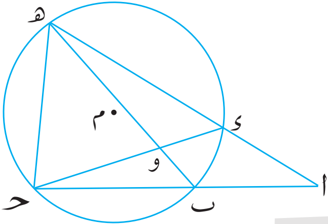
٢ فى الشكل المقابل : $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ،
ق (∠ هـ) = ٣٠° ، ق ($\overset{\frown}{ب ى}$) = ٢٠°
أوجد : **أ** ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) **ب** ق (∠ أ ب حـ)



....

....

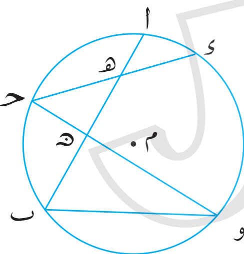
٣ فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{حـ ب} \cap \overleftarrow{هـ ى}$ = {أ} ،
$\overline{بهـ} \cap \overline{حـ ى}$ = {و} ، ق (∠ أ) = ٢٥° ،
ق ($\overset{\frown}{ب ى}$) = ٤٠° ، ق (∠ ى حـ هـ) = ٥٥°
أوجد : **أ** ق ($\overset{\frown}{حـ هـ}$) **ب** ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$)



....

....

٤ فى الشكل المقابل : $\overline{أب} \cap \overline{حـ ى}$ = { هـ } ،
ق (∠ أ هـ و) = ٩٥° ، ق (∠ أ هـ ى) = ٤٠° ،
ق ($\overset{\frown}{أ ى}$) = ٥٠° ، ق ($\overset{\frown}{أ حـ}$) = ٨٠° أوجد :
أ ق ($\overset{\frown}{حـ ب}$) **ب** ق (∠ و) **جـ** ق ($\overset{\frown}{ب و}$)



....

....

ثالثًا : الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

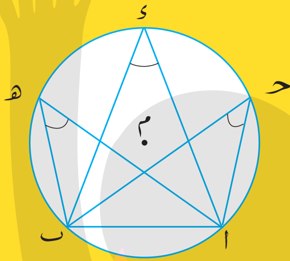
تذكر أن :

نظـــرية

● الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس .

المعطيات : ∠ حـ ، ∠ ء ، ∠ هـ زوايا محيطية مشتركة فى أب⌒

المطلوب : إثبات أن : ق (∠ حـ) = ق (∠ ء) = ق (∠ هـ)



البرهـــان : ∵ ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (أب⌒)

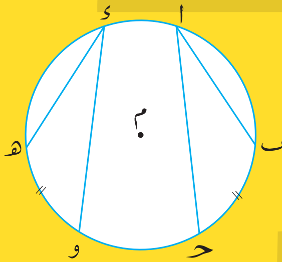
∵ ق (∠ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (أب⌒)

∵ ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ ق (أب⌒)

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ ء) = ق (∠ هـ)

نتيجـــة

● الزوايا المحيطية التى تحصر أقواسًا متساوية فى القياس فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) تكون متساوية فى القياس .



* فى الشكل المقابل : فى الدائرة م

إذا كان : ق (ب حـ⌒) = ق (هـ و⌒)

فــإن : ق (∠ أ) = ق (∠ ء)

• **ملحوظة :** طول ب حـ⌒ = طول هـ و⌒

* فى الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متطابقتان .

إذا كان : ق (أب⌒) = ق (حـ ء⌒)

فــإن : ق (∠ هـ) = ق (∠ و)

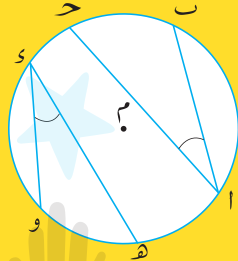
• **ملحوظة :** طول أب⌒ = طول حـ ء⌒

أما إذا كانت م ، ن أى دائرتين

فــإن : ق (∠ هـ) = ق (∠ و) ، ولكن طول أب⌒ ≠ طول حـ ء⌒

عكس النتيجة السابقة

● **الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) تحصر أقواسًا متساوية فى القياس .**

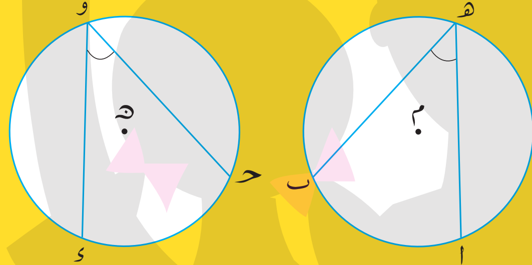


* فى الشكل المقابل : فى الدائرة م .

إذا كان : ق (∠ أ) = ق (∠ ء)

فـإن : ق (بحـ⌢) = ق (هـ و⌢)

● **ملحوظة :** طول بحـ⌢ = طول هـ و⌢



* فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان .

إذا كان : ق (∠ هـ) = ق (∠ و)

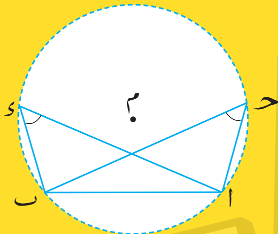
فـإن : ق (أب⌢) = ق (حـء⌢)

وكذلك طول أب⌢ = طول حـء⌢

إذا كانت الدائرتان م ، ن متطابقتين .

عكس النظرية

● **إذا تساوى قياس زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ؛ فإنه يمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترًا فيها .**



* فى الشكل المقابل : فى الدائرة م

(∠ حـ) ، (∠ ء) مرسومتان على القاعدة $\overline{أب}$ ،

وفى جهة واحدة منها ،

ق (∠ حـ) = ق (∠ ء)

∴ النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة ويكون $\overline{أب}$ وترًا فيها .

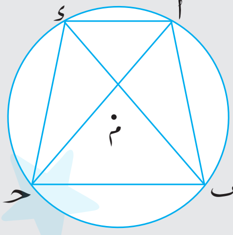
• **مثال ١ :** فى الشكل المقابل :

ق (∠ ء ا حـ) = ٤٠° ، ق (∠ حـ ا ء) = ٣٢°

ق (⌒ب حـ) = ١٢٠° ، أوجد :

أ ق (∠ ء ب حـ)

ب ق (∠ ا ب ء)   جـ ق (∠ ا ء ب)



• **الحـل :** أ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ء ا حـ) = ٤٠°   (محيطيتان تحصران ⌒ء حـ)

ب ق (∠ ا ب ء) = ق (∠ ا حـ ء) = ٣٢°   (محيطيتان تحصران ⌒ا ء)

جـ فى △ ا ء حـ :

ق (∠ ا ء حـ) = ١٨٠° − (٣٢° + ٤٠°) = ١٨٠° − ٧٢° = ١٠٨°

ق (⌒ا ب حـ) = ٢ × ١٠٨° = ٢١٦° ، ∵ ق (⌒ب حـ) = ١٢٠°

∴ ق (⌒ا ب) = ٢١٦° − ١٢٠° = ٩٦°

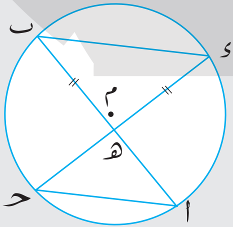
∵ ق (∠ ا ء ب) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ا ب)   ∴ ق (∠ ا ء ب) = ٤٨°

• **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران فى الدائرة م

$\overline{\text{ا ب}}$ ∩ $\overline{\text{حـ ء}}$ = { هـ }

فإذا كان : هـ ب = هـ ء ، فأثبت أن : هـ ا = هـ حـ



• **الحـل :** فى △ هـ ب ء :

∵ هـ ب = هـ ء

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء) .... (١)

∵ ∠ حـ ء ، ∠ ا ب ء محيطيتان تحصران ⌒ا ء

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ ب) .... (٢)

∵ ∠ ب ا حـ ، ∠ ب ء حـ محيطيتان تحصران ⌒ب حـ

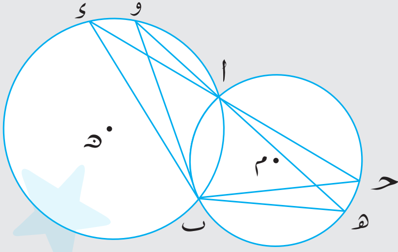
∴ ق (∠ ا) = ق (∠ ء) .... (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :   ∴ ق (∠ ا) = ق (∠ حـ)

فى △ هـ ا حـ :

∵ ق (∠ ا) = ق (∠ حـ)   ∴ هـ ا = هـ ب

● **مثال ٣ :** فى الشكل المقابل :



م ، ه دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ يقطع الدائرة م فى حـ ، الدائرة ه فى ء

، $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ يقطع الدائرة م فى هـ ، الدائرة ه فى و

أثبت أن :

ق (∠ حـ ب هـ) = ق (∠ و ب ء)

● **الحل :** ∵ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ = { أ }

∴ ق (∠ حـ أ هـ) = ق (∠ ء أ و) للتقابل بالرأس .... (١)

∵ ∠ حـ ب هـ ، ∠ حـ أ هـ (محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{\text{حـ هـ}}$) .... (٢)

∴ ق (∠ حـ ب هـ) = ق (∠ حـ أ هـ)

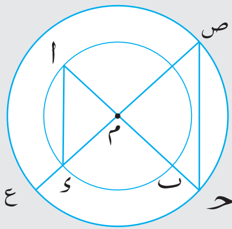
∵ ∠ و أ ء ، ∠ و ب ء (محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{\text{و ء}}$)

∴ ق (∠ و ب ء) = ق (∠ و أ ء) .... (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ق (∠ حـ ب هـ) = ق (∠ و ب ء)

● **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ص ع}}$ قطر فى الدائرة الكبرى ،

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة الصغرى ،

ق (∠ ص) = ٦٢° ، ق (∠ أ) = (٥ س + ٢٧)°

أوجد قيمة س .

● **الحل :** ∵ $\overline{\text{ص ء}}$ ∩ $\overline{\text{أ حـ}}$ = { م }

∴ ق (∠ ص م حـ) = ق (∠ ء م أ) للتقابل بالرأس .

∵ المثلث م أ ء ، المثلث م ص حـ متساويا الساقين .

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ ص)

∴ ٥ س + ٢٧ = ٦٢° ∴ ٥ س = ٣٥° ∴ س = ٧

• **مثال ٥ :** فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

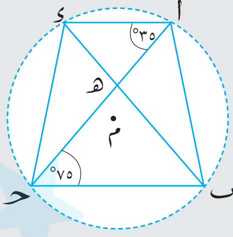
$\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{هـ\}$

ق (∠ حـ أ ء) = ٣٥°

ق (∠ أ هـ ء) = ٧٠°

ق (∠ أ حـ ب) = ٧٥°

أثبت أن : النقط أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة .



• **الحـل :** فى △ هـ أ ء :

∵ ق (∠ أ ء هـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٣٥°)

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ٧٥°

∵ ق (∠ ب ء أ) = ق (∠ ب حـ أ) = ٧٥°

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{أب}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ النقط : أ ، ب ، حـ ، ء تمر بها دائرة واحدة .

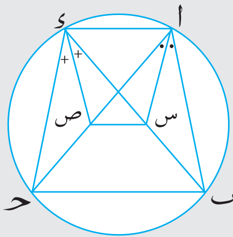
• **مثال ٦ :** فى الشكل المقابل : أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى تقع رءوسه على الدائرة .

نصفت (∠ ب أ حـ) بمنصف قطع $\overline{بء}$ فى س .

نصفت (∠ ب ء حـ) بمنصف قطع $\overline{أحـ}$ فى ص .

أثبت أن :

النقط : أ ، س ، ص ، ء تمر بها دائرة واحدة .



• **الحـل :** ∵ ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ ب ء حـ)

(زاويتان محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{بحـ}$)

∴ $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب أ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب ء حـ)

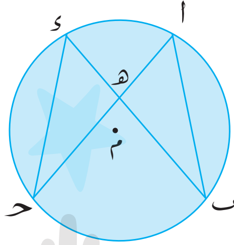
∴ ق (∠ س أ ص) = ق (∠ س ء ص)

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{س ص}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ النقط : أ ، س ، ص ، ء تقع على دائرة واحدة .

مسائل على الزاوية المحيطية المرسومة على نفس القوس

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة :

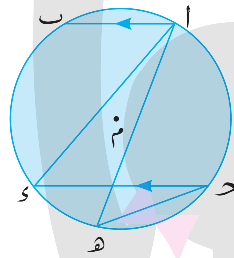


١ فى الشكل المقابل :

و (∠ أ) = ٣٥°

، و (∠ ب هـ حـ) = ٦٥°

فإن : و (∠ حـ) = ... (٣٥° أو ٨٠° أو ٤٠° أو ٣٠°)

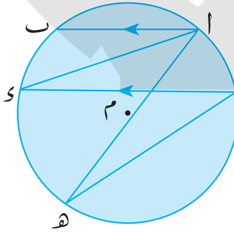


٢ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب // حـء

، و (∠ أ هـ حـ) = ٤٧°

، و (∠ ب أ ء) = (٣ س − ١٣)°

فإن : س = ... (١٥° أو ٢٠° أو ٢٥° أو ٤٣°)

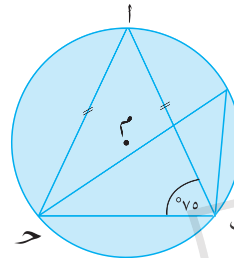


٣ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب // حـء

، و (∠ هـ) = ٢٠°

، و (∠ ب أ ء) = (٣ س − ٢٥)°

فإن : س = ... (١٠° أو ١٥° أو ٢٠° أو ٢٥°)

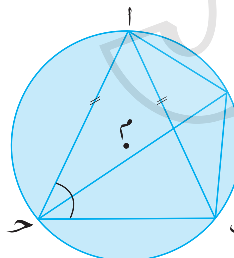


٤ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب = أحـ

، و (∠ أ ب حـ) = ٧٥°

فإن : و (∠ ب ء حـ) = ...

(١٥° أو ٣٠° أو ٧٥° أو ١٠٥°)



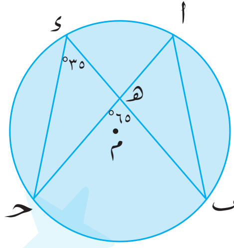
٥ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب = أحـ

، و (∠ أ حـ ب) = ٦٥° ، ء ∈ الدائرة

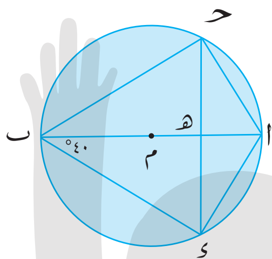
فإن : و (∠ أ ء حـ) = ...

(٢٥° أو ١١٥° أو ٦٥° أو ١٣٠°)

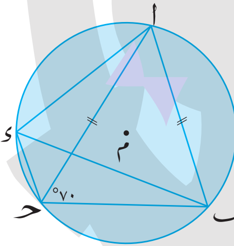
٦ فى الشكل المقابل : إذا كان : أحـ ∩ ب ء = {هـ} ،
و (∠ ب هـ حـ) = ٦٥° ، و (∠ ء) = ٣٥°
فإن : و (∠ أ ب ء) = ...
(٣٠° أ، ٣٥° أ، ٦٥° أ، ٣٢,٥°)



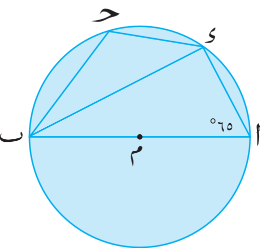
٧ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب قطرًا فى الدائرة م ،
أب ∩ حـ ء = {هـ} ، و (∠ أ ب ء) = ٤٠°
فإن : و (∠ هـ حـ ب) = ...
(٢٠° أ، ٤٠° أ، ٥٠° أ، ١٠٠°)



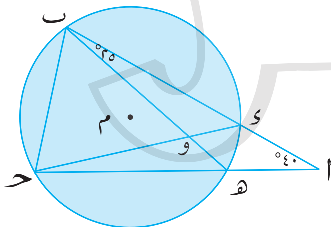
٨ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب = أحـ ،
و (∠ حـ ب ء) = ٢٠° ، و (∠ أحـ ب) = ٧٠°
فإن : و (∠ أحـ ء) = ...
(٥٠° أ، ٤٠° أ، ٣٥° أ، ١٥°)



٩ فى الشكل المقابل : إذا كان : أب قطرًا فى الدائرة م
وكان : و (∠ أ) = ٦٥° ،
و (∠ ب ء حـ) = ٤٠°
فإن : و (∠ حـ ب ء) = ...
(٣٥° أ، ٣٠° أ، ٢٥° أ، ٤٠°)



١٠ فى الشكل المقابل : أب يقطع الدائرة فى ء ،
أحـ يقطع الدائرة فى هـ ،
حـ ء ∩ ب هـ = {و}
إذا كان : و (∠ أ) = ٤٠° ، و (∠ أ ب هـ) = ٢٥°
فإن : و (∠ حـ و هـ) = ...
(٦٥° أ، ٨٠° أ، ٩٠° أ، ١١٥°)

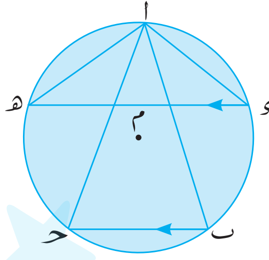


ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ فى الشكل المقابل : ا ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م ،

$\overline{ءهـ} \parallel \overline{بحـ}$

أثبت أن : ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ب ا هـ)



....

....

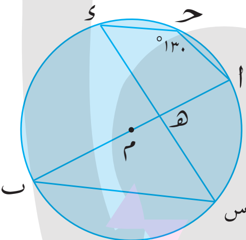
....

(سوهاج ٢٠١٨)

٢ فى الشكل المقابل : $\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م ،

ق (∠ ا حـ ء) = ١٣٠°

أوجد : ق (∠ ء س ب) .



....

....

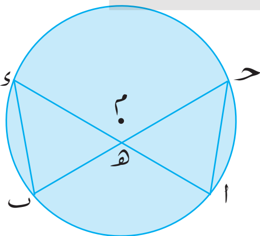
....

(الإسماعيلية ٢٠١٨)

٣ فى الشكل المقابل : $\overline{حـب}$ ، $\overline{اء}$ وتران متقاطعان فى هـ ،

ق (∠ حـ هـ ء) = ١٢٠° ، ق (∠ ب) = ٧٥°

أوجد : ق (∠ حـ)



....

....

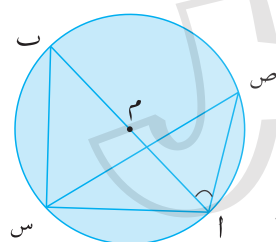
....

(مطروح ٢٠١٩)

٤ فى الشكل المقابل : $\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م ،

ق (∠ ب ا ص) = ٥٥°

أوجد : ق (∠ ا س ص) .



....

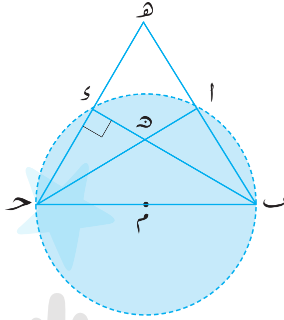
....

....

(الدقهلية ٢٠١٩)

مسائل على عكس النظرية

• أجب عما يأتى :



١ فى الشكل المقابل : مثلث هـ ب حـ فيه :

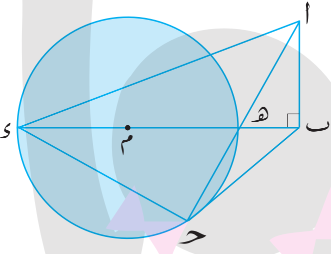
ب ء ⊥ هـ حـ ، أحـ ∩ ب ء = {هـ} ،

و ق (∠ هـ) = ٦٠° ، و ق (∠ ب هـ حـ) = ١٢٠°

برهن أن : النقط : أ ، ب ، حـ ، ء تقع على دائرة واحدة .

....

....



٢ فى الشكل المقابل :

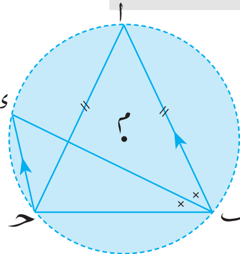
ء هـ قطر فى الدائرة م ، أب ⊥ ء هـ ،

أهـ ∩ الدائرة م = {حـ}

برهن أن : النقط : أ ، ب ، حـ ، ء تقع على دائرة واحدة .

....

....



٣ فى الشكل المقابل : مثلث أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ،

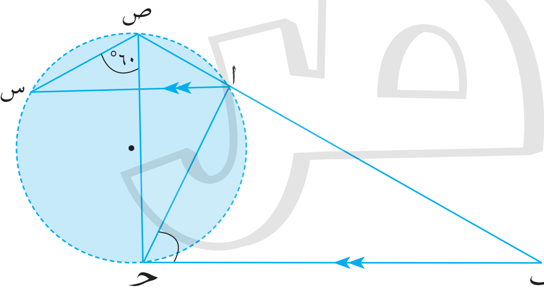
و ق (∠ أ) = ٣٦° ، ب ء ينصف (∠ ب) ، حـ ء // ب أ

برهن أن : النقط :

أ ، ب ، حـ ، ء تقع على دائرة واحدة .

....

....



٤ فى الشكل المقابل : مثلث أ ب حـ فيه :

و ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠° ، أ س // ب حـ

، ص ∈ ب أ ، و ق (∠ حـ ص س) = ٦٠°

برهن أن النقط :

أ ، ص ، س ، حـ تقع على دائرة واحدة .

....

....

الإجابات

الزوايا والأقواس فى الدائرة

أولًا : الاختيار من متعدد :

١ π س ٢ $\frac{١}{٢}$ ٣ ٦٠° ٤ ٩٠° ٥ ٢٧٠° ٦ اب = حـ ء
٧ أ ٨٥° ب ١٥٥° ٨ ١٤٠°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ ∵ ق (⌒بحـ) = ١٠٠°   ∴ ق (⌒اب) = ١٣٠°

٢ ∵ المثلث م ا ب متساوى الساقين ، ق (∠ م ا ب) = ٥٠°   ∴ ق (∠ ا م ب) = ٨٠°
∴ ق (⌒اب) = ٨٠°   ∵ حـ ء // اب   ∴ ق (⌒بء) = ق (⌒احـ) = ٧٥°
ق (⌒حـ ء) = ١٣٠°

٣ ∵ اب // حـ ء   ∴ ق (⌒احـ) = ق (⌒بء) .... ①   ∵ ق (⌒اهـ) = ق (⌒بهـ) ..... ②
بجمع ① ، ②   ∴ ق (⌒هـ احـ) = ق (⌒هـ ب ء)   ∴ هـ حـ = هـ ء
∴ المثلث هـ حـ ء متساوى الساقين   ∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ ء)

٤ أ ∵ ق (∠ ا م حـ) = ق (∠ هـ م ب) = ٥٠° للتقابل بالرأس   ∴ ق (⌒احـ) = ٥٠°
∵ اب // حـ ء   ∴ ق (⌒بء) = ق (⌒احـ) = ٥٠°

ب ∵ ق (∠ حـ م ب) = ١٣٠°   ∴ ق (⌒حـ ء) + ق (⌒بء) = ١٣٠°
∵ ق (⌒بء) = ق (⌒احـ)   ∴ ق (⌒احـ ء) = ١٣٠°

٥ ق (⌒حـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ ا م ب) = ٦٠°
∵ المثلث م حـ ء متساوى الساقين ، ق (∠ حـ م ء) = ٦٠°   ∴ المثلث م حـ ء متساوى الأضلاع

العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية

أولًا : الاختيار من متعدد :

١ ٣٠° ٢ ١٤٠° ٣ ١٣٥° ٤ أ حادة ب ٩٠° جـ ١١ سم د ١٤ سم² ٥ ١٣٥°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ ق (∠ ا) = ق (∠ م) بالتبادل ، ق (∠ م) = ٢ ق (∠ حـ)
∴ ق (∠ ا) > ق (∠ حـ)   ∴ حـ هـ > ا هـ

٢ ∵ ق (∠ حـ) = ٧٥° ، ق (∠ ب م ء) = ١٥٠°
ق (∠ ب م ء) المنعكسة = ٢١٠°   ∴ ق (∠ ب ا ء) = $\frac{١}{٢}$ × ٢١٠° = ١٠٥°

٣ ق (⌒بء) = ٢ ق (∠ ب حـ ء) = ٧٠°   ∵ اب // $\overleftrightarrow{س ص}$
∴ ق (⌒اء) = ق (⌒بء) = ٧٠°   ∴ ق (∠ ا م ب) = ٢ × ٧٠° = ١٤٠°

٤ و(∠ب ى هـ) = ½ و(ب هـ⌒) = ٣٠° ∴ ∠ب ى ا خارجة عن المثلث ى ب حـ

∴ و(∠ا ب ى) = ٨٠° ، و(∠ا م ى) = ٢ × ٨٠° = ١٦٠°

٥ فى الدائرة م : و(∠ب) = ½ و(ا ى⌒) = ٣٠°

فى الدائرة هـ : و(∠حـ) = ½ و(ا ى⌒) = ٤٠°

فى المثلث ا ب حـ : و(∠ب ا حـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

٦ و(∠ا ب حـ) = ٦٠° وهى تكمل ∠ا ب هـ

∴ المثلث ب ا هـ متساوى الساقين . ∴ و(∠هـ) = ٣٠°

٧ نرسم م ى ⊥ ب حـ فى المثلث م ى ب، (م ى)² = ١٢ − ٩ = ٣ ∴ م ى = √٣ سم .

∴ م ى = ½ م ب ∴ و(∠م ب حـ) = ٣٠° ∴ و(∠ب م حـ) = ١٢٠°

و(∠ب ا حـ) = ½ و(∠ب م حـ) = ٦٠°

٨ أ و(∠ا ى حـ) = ½ و(∠ا م حـ) = ٣٥°

ب ∴ ا ب قطر ∴ و(∠ا ى ب) = ٩٠° ∴ حـ ى // ا ب ، ى ب قاطع

∴ و(∠ا ب ى) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٥°) = ٥٥°

٩ ∴ و(∠حـ) = ½ و(∠ب م ى) المنعكسة ∴ و(∠حـ) = ½ × ٢١٠° = ١٠٥°

١٠ ∴ ا ب قطر ∴ و(∠ا حـ ب) = ٩٠°

فى المثلث ا حـ ب ∴ و(∠حـ ا ب) = ٥٠° ∴ و(ب ى حـ⌒) = ١٠٠°

∴ هـ ى ↔ // ب حـ ∴ و(حـ ى⌒) = و(ى ب⌒) = ٥٠°

مسائل على التمرينين المشهورين

أولًا : الاختيار من متعدد

أ ٢٠° ب ٣٥° جـ ٧٣° د ٤٠° هـ ٨٥°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ أ ∴ و(∠ب ى حـ) = ½ (و(ب حـ⌒) + و(ى هـ⌒))

∴ ٨٠ = ½ (٥٠° + و(ب حـ⌒)) ∴ و(ب حـ⌒) = ١١٠°

ب ∴ و(∠ا) = ½ (و(ب حـ⌒) − و(ى هـ⌒)) ∴ و(∠ا) = ½ (١١٠° − ٥٠°) = ٣٠°

٢ أ و(∠هـ) = ½ (و(ا حـ⌒) − و(ى ب⌒)) ٣٠° = ½ (و(ا حـ⌒) − ٢٠°)

∴ و(ا حـ⌒) = ٨٠°

ب و(∠حـ ا ب) = ½ (ا حـ⌒) = ٤٠°

٣ أ ∴ و(∠ا) = ½ (و(حـ هـ⌒) − و(ب ى⌒))

∴ ٢٥ = ½ (و(حـ هـ⌒) − ٤٠°) ∴ و(حـ هـ⌒) = ٩٠°

ب ∴ و(ى هـ⌒) = ٢ و(∠ى حـ هـ) = ١١٠° ∴ و(ب حـ⌒) = ٣٦٠° − ٢٤٠° = ١٢٠°

٤ أ ∵ ق(∠ ا هـ ى) = ½ (ق(⌒حـ ب) + ق(⌒أ ى))
∴ ٤٠ = ½ (ق(⌒حـ ب) + ٥٠°) ∴ ق(⌒حـ ب) = ٣٠°

ب ق(∠ و) = ½ (ق(⌒حـ ب) = ١٥°

جـ ∵ ق(∠ ب و ن ب) = ½ (ق(⌒ا حـ) + ق(⌒و ب)) ∴ ٨٥ = ½ (٨٠ + ق(⌒و ب))
∴ ق(⌒و ب) = ٩٠°

ثالثًا : الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

أولًا : الاختيار من متعدد :

١ ٣٠° ٢ ٢٠° ٣ ١٥° ٤ ٣٠° ٥ ٦٥° ٦ ٣٠° ٧ ٥٠° ٨ ٥٠° ٩ ٢٥° ١٠ ٩٠°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ ∵ ى هـ // ب حـ ∴ ق(∠ ى ا ب) = ق(∠ هـ ا حـ)
بإضافة ∠ ب ا حـ إلى كل منهما : ∴ ق(∠ ى ا حـ) = ق(∠ ب ا هـ)

٢ نرسم ب حـ ∵ ا ب قطر ∴ ق(∠ ا حـ ب) = ٩٠°
ق(∠ ى حـ ب) = ٤٠° ∴ ق(∠ ى س ب) = ق(∠ ى حـ ب) = ٤٠°

٣ فى المثلث هـ ى ب : ق(∠ ى) = ١٢٠° − ٧٥° = ٤٥° ق(∠ حـ) = ق(∠ ى) = ٤٥°

٤ ق(∠ ب س ص) = ق(∠ ب ا ص) = ٥٥°
∵ ا ب قطر ∴ ق(∠ ا س ب) = ٩٠° ق(∠ ا س ص) = ٩٠° − ٥٥° = ٣٥°

مسائل على عكس النظرية

أولًا : أجب عما يأتى :

١ فى الشكل هـ ا ن ى : ق(∠ هـ ا ن) = ٣٦٠° − ٢٧٠° = ٩٠°
∵ ق(∠ ب ا حـ) = ق(∠ ب ى حـ) = ٩٠° وهما مرسومتان على ب حـ وفى جهة واحدة منها
∴ ا، ب، حـ، ى تقع على دائرة واحدة .

٢ ∵ ى هـ قطر ∴ ق(∠ هـ حـ ى) = ٩٠° ∵ ق(∠ ا ب ى) = ق(∠ ا حـ ى) = ٩٠°
وهما مرسومتان على ا ى وفى جهة واحدة منها ∴ ا، ب، حـ، ى تقع على دائرة واحدة

٣ ∵ ا ب = ا حـ ∴ ق(∠ ا ب حـ) = ½ (١٨٠° − ٣٦°) = ٧٢° ∵ ب ى ينصف ∠ ا ب حـ
∴ ق(∠ ا ب ى) = ٣٦° ∵ ا ب // ى حـ ، ب ى قاطع
∴ ق(∠ ى) = ق(∠ ا ب ى) = ٣٦° ∴ ق(∠ ا) = ق(∠ ى) = ٣٦°
وهما مرسومتان على ب حـ وفى جهة واحدة منها ∴ النقط ا، ب، حـ، ى تقع على دائرة واحدة

٤ ا س // ب حـ ، ا حـ قاطع
∴ ق(∠ س ا حـ) = ق(∠ ا حـ ب) = ٦٠° بالتبادل . ∵ ق(∠ س ا حـ) = ق(∠ س ص حـ) = ٦٠°
وهما مرسومتان على س حـ وفى جهة واحدة منها . ∴ النقط ا، ص، س، حـ تقع على دائرة واحدة .



المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد

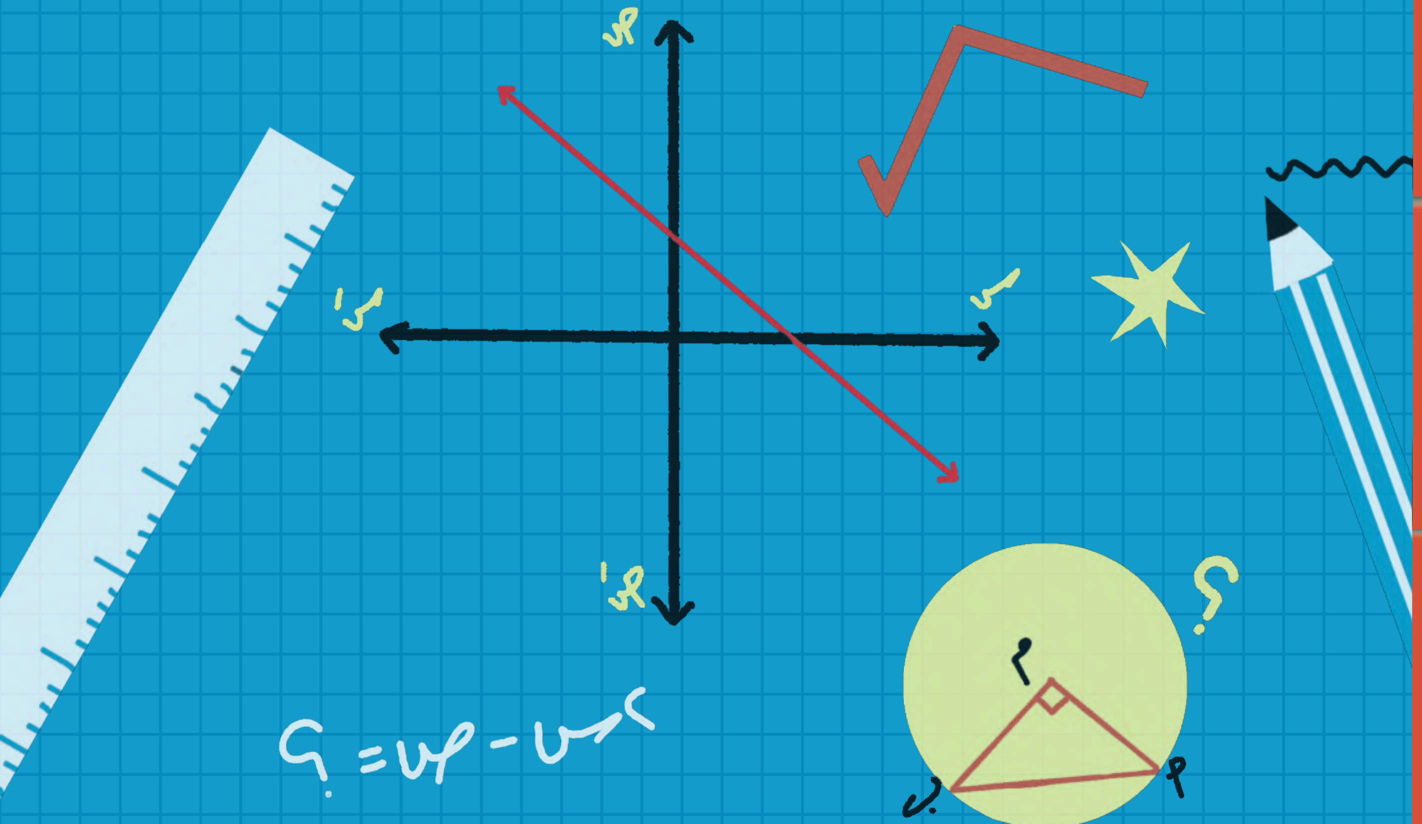
الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني



أولًا : الشكل الرباعى الدائرى

- **هو شكل رباعى تنتمى رءوسه الأربعة إلى دائرة واحدة .**

* فى الشكل المقابل : ا ب حـ ء رباعى دائرى لأن:

ا ، ب ، حـ ، ء تنتمى للدائرة م .

فى الشكل التالى : س ص ع ل رباعى دائرى لأن :

ق (∠ ص س ع) = ق (∠ ص ل ع) وهما زاويتان

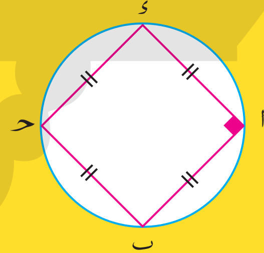
مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{ص ع}}$ وفى جهة واحدة منها فيمكن

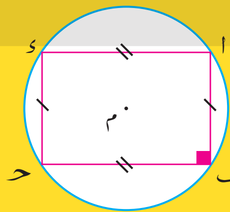
رسم دائرة تمر بالنقاط س ، ص ، ع ، ل

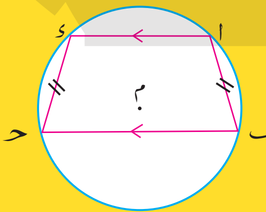
أى أن : رءوس الشكل س ص ع ل تنتمى لدائرة واحدة .

ملحوظة هامة

الأشكال الرباعية الدائرية هى المربع ، المستطيل ، شبه المنحرف المتساوى الساقين .





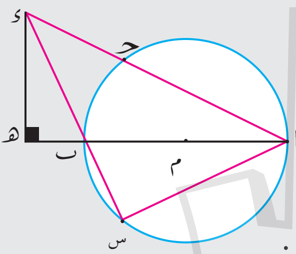


- **مثال ١ :** فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى الدائرة م ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ ،

رسم $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ رسم ء ب فقطع الدائرة م فى س .

أولًا : أثبت أن : الشكل ا ء هـ س رباعى دائرى .

ثانيًا : عين مركز الدائرة التى تمر برءوس الشكل ا ء هـ س .



- **الحـل :** أولًا : ∵ $\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى الدائرة م ∴ ق (∠ ا س ب) = ٩٠°

∵ ق (∠ ا س ء) = ق (∠ ا هـ ء) = ٩٠°

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{ا ء}}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا س هـ ء رباعى دائرى .

ثانيًا : ∵ $\overline{اء}$ قطر فى الدائرة المارة برءوس الشكل ا س هـ ء

∴ مركز الدائرة المارة برءوس الشكل ا س هـ ء هو منتصف $\overline{اء}$

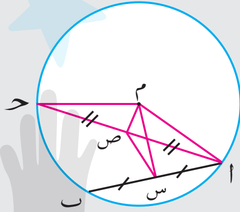
• **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل : $\overline{اب}$ ، $\overline{اح}$ وتران فى الدائرة م ،

س ، ص منتصفا $\overline{اب}$ ، $\overline{اح}$ على الترتيب .

أثبت أن : أولًا : الشكل ا س ص م رباعى دائرى .

ثانيًا : ق (∠ م س ص) = ق (∠ م ح ص) .

ثالثًا : $\overline{ام}$ قطر فى الدائرة المارة بالنقاط ا ، س ، ص ، م .



• **الحـل :** أولًا : ∵ س منتصف $\overline{اب}$

∴ $\overline{مس}$ ⊥ $\overline{اب}$ ، ق (∠ م س ا) = ٩٠°

∵ ص منتصف $\overline{اح}$ ∴ $\overline{مص}$ ⊥ $\overline{اح}$ ، ق (∠ م ص ا) = ٩٠°

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{ما}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا س ص م رباعى دائرى .

ثانيًا : ∵ المثلث م ا ح متساوى الساقين .

∴ ق (∠ م ا ص) = ق (∠ م ح ص) .

∵ الشكل ا س ص م رباعى دائرى .

∴ ق (∠ م س ص) = ق (∠ م ا ص) .

(زاويتان محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{مص}$) .

∴ ق (∠ م س ص) = ق (∠ م ح ص) .

ثالثًا : ∵ ق (∠ ا س م) = ٩٠° (زاوية محيطية مرسومة فى نصف دائرة) .

∴ $\overline{ام}$ قطر فى الدائرة المارة بالنقاط ا ، س ، ص ، م .

• أجب عما يأتى :

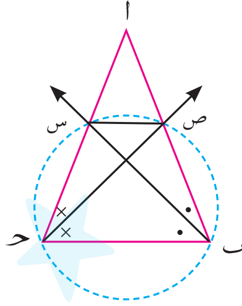
١ فى الشكل المقابل : ا ب حـ مثلث فيه ا ب = ا حـ ،

$\overleftarrow{\text{ب س}}$ ينصف (∠ ب) ، ويقطع $\overline{\text{ا حـ}}$ فى س ،

$\overleftarrow{\text{حـ ص}}$ ينصف (∠ حـ) ويقطع $\overline{\text{ا ب}}$ فى ص .

أثبت أن : أولًا : ب حـ س ص رباعى دائرى .

ثانيًا : $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$



....

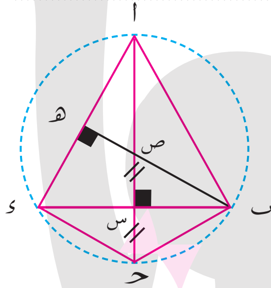
....

٢ فى الشكل المقابل : ا ب حـ ى رباعى ، فيه :

$\overline{\text{ا حـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ى}}$ ، $\overline{\text{ا حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ى}}$ = { س } ، رسم $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ى}}$

فقطع $\overline{\text{ا حـ}}$ فى ص ، فإذا كان : حـ س = س ص .

فأثبت أن : الشكل ا ب حـ ى رباعى دائرى .



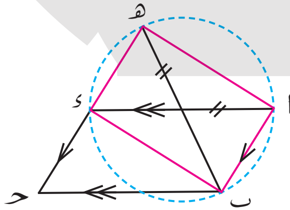
....

....

٣ فى الشكل المقابل : ا ب حـ ى متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ى}}$

بحيث ب هـ = ا ى .

أثبت أن : الشكل ا ب ى هـ رباعى دائرى .



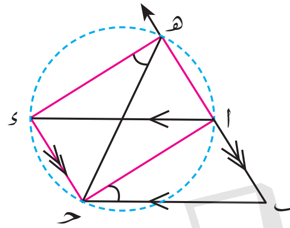
....

....

٤ فى الشكل المقابل : ا ب حـ ى متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب ا}}$

بحيث ق (∠ حـ هـ ى) = ق (∠ ا حـ ب) .

أثبت أن : الشكل ا حـ ى هـ رباعى دائرى .



....

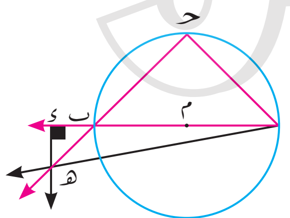
....

٥ فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى الدائرة م ، ى ∈ $\overleftarrow{\text{ا ب}}$

ى ∉ $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ى هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$ ، حـ ∈ $\overset{\frown}{\text{ا ب}}$ ،

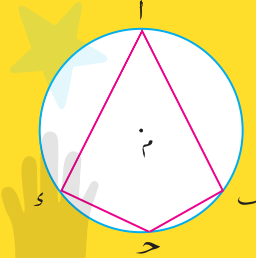
$\overleftarrow{\text{حـ هـ}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ى هـ}}$ = { هـ } .

أثبت أن : الشكل ا حـ ى هـ رباعى دائرى .



نظرية (٣)

● إذا كان الشكل الرباعى دائريًّا فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتان .



المعطيات : ا ب حـ ى شكل رباعى دائرى .

المطلوب : إثبات أن : أولًا : ق (∠ ا) + ق (∠ حـ) = ١٨٠°

ثانيًا : ق (∠ ب) + ق (∠ ى) = ١٨٠°

البرهان : ∵ ق (∠ ا) = $\frac{١}{٢}$ ق (ب حـ ى⌢) .... ①

ق (∠ حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (ب ا ى⌢) .... ②

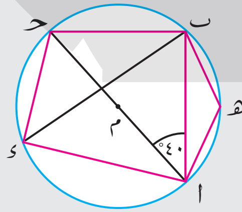
بجمع ① ، ② :

∴ ق (∠ ا) + ق (∠ حـ) = $\frac{١}{٢}$ (ق (ب حـ ى⌢) + ق (ب ا ى⌢))

∴ ق (∠ ا) + ق (∠ حـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

وبالمثل : ق (∠ ب) + ق (∠ ى) = ١٨٠°

● **مثال ١ :** فى الشكل المقابل :



ا حـ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ب ا حـ) = ٤٠°

أوجد : أولًا : ق (∠ ا ى ب) .

ثانيًا : ق (∠ ا هـ ب) .

● **الحـل :** أولًا : ∵ ا حـ قطر فى الدائرة م

∴ ق (∠ ا ب حـ) = ٩٠°

فى المثلث ا ب حـ :

∴ ق (∠ ا حـ ب) = ٩٠° − ٤٠° = ٥٠°

ق (∠ ا ى ب) = ق (∠ ا حـ ب) = ٥٠° (محيطيتان تحصران ا ب⌢)

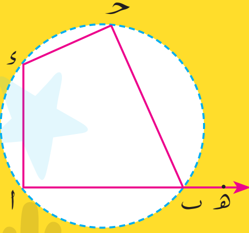
ثانيًا : الشكل ا هـ ب ى رباعى دائرى .

∴ ق (∠ هـ) + ق (∠ ا ى ب) = ١٨٠°

∴ ق (∠ هـ) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

نتيجة (١)

• قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رءوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها .



فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى ،

هـ ∈ $\overleftarrow{اب}$ ، هـ ∉ $\overline{اب}$

∵ (∠ ا ب حـ) تكمل (∠ حـ ب هـ) ، (∠ ا ب حـ) تكمل ∠ ء

∴ ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ ء)

لأن مكملات الزاوية الواحدة متساوية فى القياس .

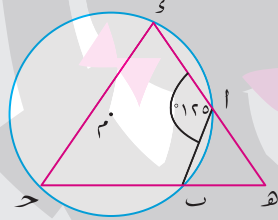
• **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل :

ء ا ، حـ ب وتران فى الدائرة ،

$\overleftarrow{ءا}$ ∩ $\overleftarrow{حـ ب}$ = {هـ} ، ق ($\overset{\frown}{اب}$) = ٥٠° ،

ق ($\overset{\frown}{ءحـ}$) = ١٣٠° ، ق (∠ ءاب) = ١٢٥°

أوجد : ق (∠ ء)



• **الحـل :** ∵ $\overleftarrow{ءا}$ ∩ $\overleftarrow{حـ ب}$ = {هـ} ∴ ق (∠ هـ) = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{ءحـ}$) − ق ($\overset{\frown}{اب}$))

∴ ق (∠ هـ) = $\frac{١}{٢}$ (١٣٠° − ٥٠°) = $\frac{١}{٢}$ × ٨٠° = ٤٠°

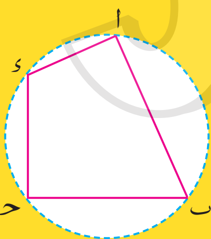
∵ ∠ ء ا ب خارجة عن المثلث ا ب هـ ∴ ق (∠ ا ب هـ) = ١٢٥° − ٤٠° = ٨٥°

∵ ∠ ا ب هـ خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى ا ب حـ ء

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ا ب هـ) = ٨٥°

عكس النظرية :

• إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان الشكل رباعيًّا دائريًّا .



فى الشكل المقابل :

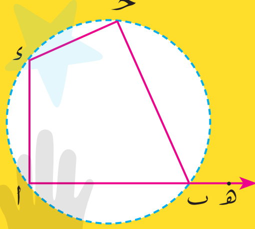
إذا كان : ق (∠ ا) + ق (∠ حـ) = ١٨٠° أ،

ق (∠ ب) + ق (∠ ء) = ١٨٠°

كان الشكل : ا ب حـ ء رباعيًّا دائريًّا .

نتيجة (٢)

● إذا وجدت زاوية خارجة عن رأس من رءوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعيًّا دائريًّا .



فى الشكل المقابل :

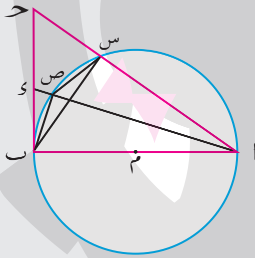
ا ب حـ ء شكل رباعى ، هـ ∈ ا ب ، هـ ∉ ا ب

∠ هـ ب حـ زاوية خارجة عن الشكل الرباعى ا ب حـ ء ،

∠ ء هى الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها ،

فإذا كان : ق (∠ حـ ب هـ) = ق (∠ ء) كان الشكل ا ب حـ ء رباعيًّا دائريًّا .

● **مثال ٣ :** فى الشكل المقابل :



ا ب قطر فى الدائرة م ، ب حـ قطعة مماسة للدائرة م ،

ء ∈ ب حـ رسم ا حـ ، ا ء فقطعا الدائرة م

فى س ، ص على الترتيب

أثبت أن : الشكل س ص ء حـ رباعى دائرى .

● **الحـل :** نرسم ب س ∵ ا ب قطر ، ب حـ قطعة مماسة .

∴ ق (∠ ا ب حـ) = ٩٠° ، ق (∠ ا س ب) = ٩٠°

∵ ق (∠ س ص ا) = ق (∠ س ب ا) (محيطيتان تحصران ⌒س ا) .... (١)

∵ ∠ س ا ب تتمم ∠ ا حـ ب ، ∠ س ب ا

∴ ق (∠ ا حـ ب) = ق (∠ س ب ا) .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ س ص ا) = ق (∠ ا حـ ب)

∵ ∠ س ص ا خارجة عن الشكل الرباعى س ص ء حـ

∴ الشكل س ص ء حـ رباعى دائرى .

• **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل :

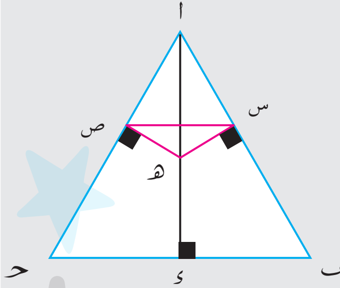
ا ب حـ مثلث حاد الزوايا ، $\overline{اء} \perp \overline{ب حـ}$

هـ ∈ $\overline{اء}$ ، $\overline{هـ س} \perp \overline{ا ب}$ ، $\overline{هـ ص} \perp \overline{ا حـ}$

أثبت أن :

أولًا : ق (∠ ا هـ س) = ق (∠ ا ب حـ) .

ثانيًا : الشكل س ب حـ ص رباعى دائرى .



• **الحـل :** أولًا : فى الشكل س ب ء هـ :

∵ ق (∠ ب س هـ) + ق (∠ ب ء هـ) = ١٨٠°

∴ الشكل س ب ء هـ رباعى دائرى .

∵ ∠ ا هـ س خارجة عن الشكل الرباعى س ب ء هـ

∴ ق (∠ ا هـ س) = ق (∠ ا ب حـ) .... ①

ثانيًا : فى الشكل ا س هـ ص :

∵ ق (∠ ا س هـ) + ق (∠ ا ص هـ) = ١٨٠° (زاويتان متكاملتان)

∴ الشكل ا س هـ ص رباعى دائرى .

∴ ق (∠ ا ص س) = ق (∠ ا هـ س) (محيطيتان تحصران ($\overset{\frown}{ا س}$) ...... ②

من ① ، ② :

∴ ق (∠ ا ص س) = ق (∠ ا ب حـ) .

∴ الشكل س ب حـ ص رباعى دائرى .

متى يكون الشكل الرباعى دائريًّا ؟

• **يكون الشكل الرباعى دائريًّا فى إحدى الحالات الآتية :**

أولًا : إذا تساوى فيه قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها .

ثانيًا : إذا وجدت فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان .

ثالثًا : إذا وجدت زاوية خارجة عن أحد رءوسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس .

رابعًا : إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل على أبعاد متساوية من رءوسه الأربعة .

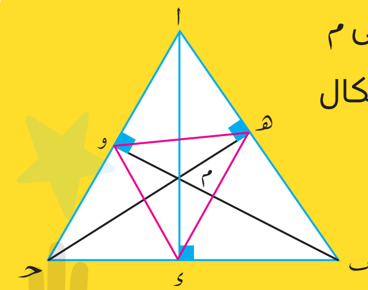
تذكر أن :

أولًا : ارتفاعات المثلث تتقاطع جميعًا فى نقطة واحدة هى م

ثانيًا : من المثلث ا ب حـ وارتفاعاته نحصل على ستة أشكال رباعية دائرية ، هى :

و حـ ء م ، م ء ب هـ ، ا و م هـ ،

و حـ ب هـ ، ا و ء ب ، ا حـ ء هـ



أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رءوس الشكل الرباعى الدائرى .... قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها .

(أكبر من أ، أصغر من أ، يساوى أ، أكبر من ويساوى) (المنوفية ٢٠١٩)

٢ إذا كان الشكل الرباعى دائريًّا ، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه ....

(متساويتان أ، متناظرتان أ، متكاملتان أ، متتامتان) (الدقهلية ٢٠١٩)

٣ كل من الأشكال المذكورة رباعى دائرى ، ما عدا ....

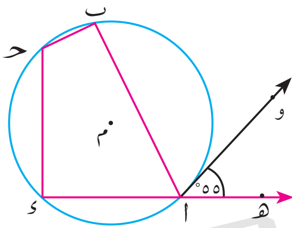
(المستطيل أ، المربع أ، المعين أ، شبه المنحرف متساوى الساقين) (كفر الشيخ ٢٠١٩)

٤ فى الشكل المقابل :

إذا كانت : هـ ∈ ء ا ، ا و ينصف (∠ ب ا هـ) ،

ق (∠ هـ ا و) = ٥٥° فإن : ق (∠ ب حـ ء) = ...

(٥٥° أ، ١٠٠° أ، ١١٠° أ، ١٢٠°)



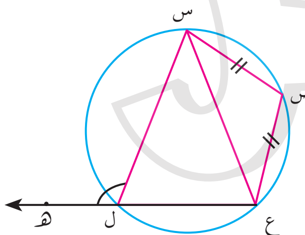
٥ فى الشكل المقابل :

إذا كان : س ص ل ع شكلًا رباعيًّا دائريًّا فيه :

س ص = ص ع ، ق (∠ س ل هـ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ ص ع س) = ...

(١٢٠° أ، ٦٠° أ، ٣٠° أ، ٤٠°) (بورسعيد ٢٠١٩)

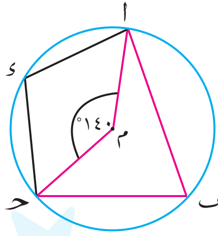


٦ فى الشكل المقابل :

فى الدائرة م إذا كان : ق (∠ ا م حـ) = ١٤٠°

فإن : ق (∠ حـ ء ا) = ...

(٤٠° أ، ٧٠° أ، ١١٠° أ، ١٤٠°) (الفيوم ٢٠١٩)

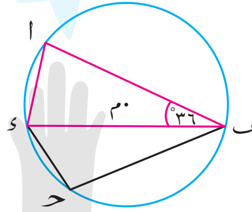


٧ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ب ا = ب ء ، ق (∠ ا ب ء) = ٣٦°

فإن : ق (∠ حـ) = ...

(١٤٠° أ، ٧٠° أ، ٥٤° أ، ١٠٨°) (الأقصر ٢٠١٩)



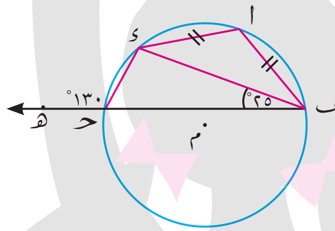
ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ فى الشكل المقابل : ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى

فيه : ا ب = ا ء ، ق (∠ حـ ب ء) = ٢٥° ،

هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ هـ حـ ء) = ١٣٠°

أثبت أن : ا ء = ء حـ (سوهاج ٢٠١٨)



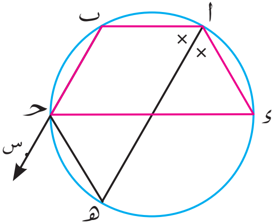
....

....

٢ فى الشكل المقابل : ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى

$\overleftarrow{\text{ا هـ}}$ ينصف ∠ ب ا ء ويقطع الدائرة فى هـ .

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{حـ هـ}}$ ينصف ∠ ء حـ س (أسيوط ٢٠١٨)



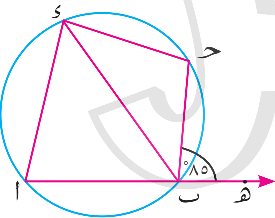
....

....

٣ فى الشكل المقابل : هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ، هـ ∉ $\overline{\text{ا ب}}$ ،

ق ($\overset{\frown}{\text{ا ب}}$) = ١١٠° ، ق (∠ حـ ب هـ) = ٨٥°

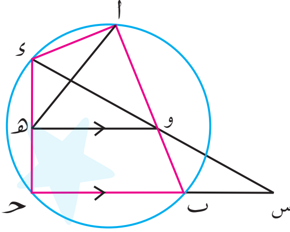
أوجد : ق (∠ ب ء حـ) (سوهاج ٢٠١٩)



....

....

٤ فى الشكل المقابل :



ا ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ،

و ∈ $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{و هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ ويقطع $\overline{\text{حـ ء}}$ فى هـ ،

$\overleftrightarrow{\text{ء و}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ = {س}

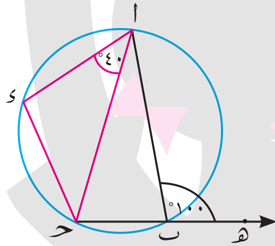
أثبت أن : أولًا : الشكل ا و هـ ء رباعى دائرى

ثانيًا : ق (∠ ب و س) = ق (∠ هـ ا ء)

....

....

٥ فى الشكل المقابل :



ق (∠ ا ب هـ) = ١٠٠° ،

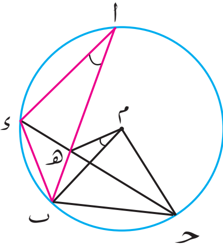
ق (∠ حـ ا ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$) (الجيزة ٢٠١٩)

....

....

٦ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران فى الدائرة م ،

$\overline{\text{ا ب}}$ ∩ $\overline{\text{حـ ء}}$ = {هـ} ،

ق (∠ ب ا ء) = ق (∠ ب م هـ) .

أثبت أن :

أولًا : الشكل م حـ ب هـ رباعى دائرى .

ثانيًا : ق (∠ حـ هـ ب) = ٢ ق (∠ حـ ء ب) . (المنيا ٢٠١٩)

....

....

ثانيًا : العلاقة بين مماسات الدائرة

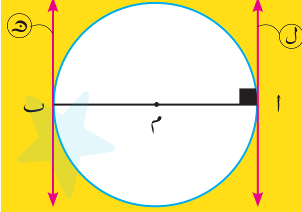
* فى الشكل المقابل :

إذا كان $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م ،

ل ، هـ مماسين للدائرة عند أ ، ب على الترتيب .

فإن : ل // هـ

أى أن : المماسين المرسومين من نهايتى قطر فى الدائرة متوازيان

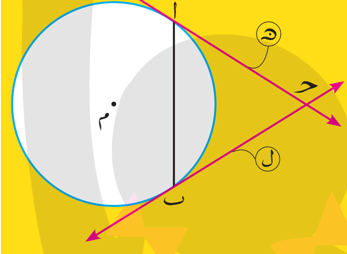


* فى الشكل المقابل : إذا كان $\overline{أب}$ وترًا فى الدائرة م ،

ل ، هـ مماسين للدائرة م عند أ ، ب ومتقاطعين فى نقطة

حـ تسمى كل من القطعتين المستقيمتين $\overline{حـ أ}$ ، $\overline{حـ ب}$

قطعة مستقيمة مماسة وتسمى $\overline{أب}$ وتر التماس .



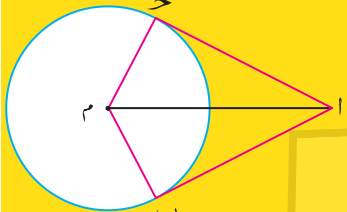
نظـــرية (٤)

● القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول .

المعطيات : أ نقطة خارج الدائرة م ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب، حـ

المطلوب : إثبات أن : أب = أحـ

العمل : نرسم $\overline{م ب}$ ، $\overline{م حـ}$ ، $\overline{م أ}$



البرهان : ∵ $\overline{أب}$ قطعة مماسة للدائرة م ، $\overline{م ب}$ نصف قطر

∴ ق (∠ أ ب م) = ٩٠°

∵ $\overline{أحـ}$ قطعة مماسة للدائرة م ، $\overline{م حـ}$ نصف قطر ∴ ق (∠ أحـ م) = ٩٠°

المثلث أ ب م ، المثلث أحـ م فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = ٩٠° (إثباتًا)

م ب = م حـ (أنصاف أقطار)

$\overline{أ م}$ ضلع مشترك

∴ المثلث أ ب م ≡ المثلث أحـ م وينتج أن : $\overline{أب}$ ≡ $\overline{أحـ}$

∴ أب = أحـ

نتيجة (١)

● **المستقيم المار بمركز الدائرة ، ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محورًا لوتر التماس لهذين المماسين .**

* فى الشكل المقابل : أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

∴ أم محور ب حـ

من تطابق المثلث م اب ، المثلث م اح

∴ ق (∠ ب م ء) = ق (∠ حـ م ء)

∵ المثلث م ب حـ متساوى الساقين ∴ م ء ينصف (∠ م)

∴ م ء ⊥ ب حـ ، ب ء = حـ ء ∴ ا م محور ب حـ

نتيجة (٢)

● **المستقيم المار بمركز الدائرة ، ونقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاوية بين هذين المماسين كما ينصف الزاوية بين نصفى القطرين المارين بنقطة التماس .**

* فى الشكل المقابل :

إذا كان : اب ، اح قطعتين مماستين للدائرة م

فإن : ام ينصف كلًّا من (∠ ب اح) ، (∠ ب م حـ)

من تطابق المثلث م اب ، المثلث م اح

ق (∠ ب ام) = ق (∠ حـ ام) ∴ م ا ينصف (∠ ب اح)

ق (∠ ب م ا) = ق (∠ حـ م ا) ∴ م ا ينصف (∠ ب م حـ)

● **ملحوظة هامة :**

قوس الدائرة الذى يحصره مماسان من نقطة خارج الدائرة هو قوس أصغر .

* فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب م حـ) المركزية < ق (∠ ب م حـ) المركزية المنعكسة

∴ ق (∠ ب ء حـ) < ق (∠ ب هـ حـ)

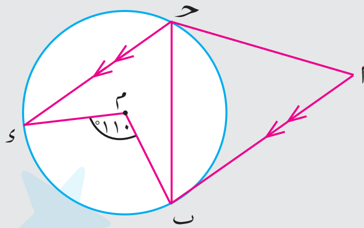
● **مثال ١ :** فى الشكل المقابل :

اب ، احـ قطعتان مماستان للدائرة م ،

اب // حـ ء ، ق (∠ ب م ء) = ١١٠°

أولًا : أثبت أن : حـ ب ينصف (∠ ا حـ ء)

ثانيًا : أوجد : ق (∠ ا)



● **الحـــل :** أولًا : ∵ ق (∠ ب حـ ء) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ء) المركزية

(تحصران ب ء)

∴ ق (∠ ب حـ ء) = $\frac{1}{2}$ × ١١٠° = ٥٥°

∵ اب // حـ ء ∴ ق (∠ ا ب حـ) = ق (∠ ء حـ ب) = ٥٥° بالتبادل

∵ اب ، ا حـ قطعتان مماستان . ∴ اب = ا حـ

∵ المثلث ا ب حـ متساوى الساقين . ∴ ق (∠ ا حـ ب) = ٥٥°

∴ حـ ب ينصف (∠ ا حـ ء) .

ثانيًا : فى المثلث ا ب حـ ∵ اب = ا حـ

∴ ق (∠ ا) = ١٨٠° − ٢ × ٥٥° = ٧٠°

● **مثال ٢ :** فى الشكل المقابل :

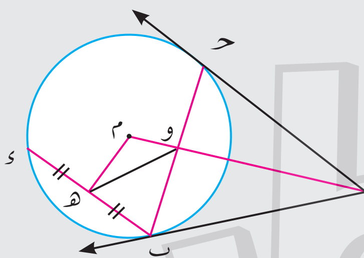
اب ، ا حـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

ا م ∩ ب حـ = { و } ، هـ منتصف ب ء ،

ق (∠ م هـ و) = ٣٢°

أولًا : أثبت أن : الشكل و ب هـ م رباعى دائرى

ثانيًا : أوجد : ق (∠ ا ب حـ)



● **الحـــل :** أولًا : ∵ اب ، ا حـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

∴ ا م محور ب حـ ∴ ق (∠ م و ب) = ٩٠° ١

∵ هـ منتصف ب ء ∴ ق (∠ م هـ ب) = ٩٠° ٢

من ١ ، ٢ : ∴ الشكل و ب هـ م رباعى دائرى .

ثانيًا : نرسم $\overline{\text{م ب}}$:

∵ الشكل و ب هـ م رباعى دائرى .

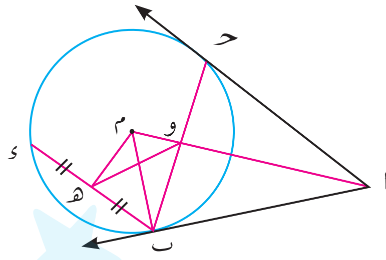
∴ ق (∠ و ب م) = ق (∠ و هـ م) = ٣٢°

∵ $\overline{\text{م ب}}$ نصف قطر ، $\overline{\text{ا ب}}$ قطعة مماسة .

∴ ق (∠ ا ب م) = ٩٠° ، ق (∠ ا ب حـ) = ٩٠° − ٣٢° = ٥٨°

∵ ا ب = ا حـ ∴ ق (∠ ا حـ ب) = ق (∠ ا ب حـ) = ٥٨°

∴ ق (∠ ا) = ١٨٠° − ٢ × ٥٨° = ١٨٠° − ١١٦° = ٦٤°



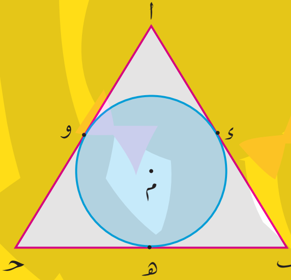
- **تعريف : الدائرة الداخلة لمضلع هى الدائرة التى تمس جميع أضلاعه من الداخل .**

فى الشكل المقابل :

م هى الدائرة الداخلة للمثلث ا ب حـ

لأنها تمس أضلاعه من الداخل فى ء ، هـ ، و

أى أن المثلث ا ب حـ مرسوم خارج الدائرة م



- **مثال ٣ :** برهن أن مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة .

المعطيات : م دائرة داخلة للمثلث ا ب حـ

المطلـوب : إثبات أن : نقطة م هى نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة للمثلث ا ب حـ

البرهـــان : ∵ $\overline{\text{ا ء}}$ ، $\overline{\text{ا و}}$ قطعتان مماستان للدائرة م

∴ $\overrightarrow{\text{ا م}}$ ينصف (∠ ا) .... ①

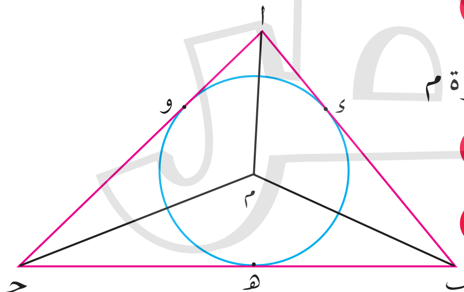
∵ $\overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م

∴ $\overrightarrow{\text{ب م}}$ ينصف (∠ ب) .... ②

∴ $\overrightarrow{\text{حـ م}}$ ينصف (∠ حـ) .... ③

من ① ، ② ، ③ :

∴ نقطة م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث الداخلة .



اليوم الأول | اليوم الثانى | اليوم الثالث | اليوم الرابع | اليوم الخامس | اليوم السادس | اليوم السابع

● **مثال ٤ :** فى الشكل المقابل :

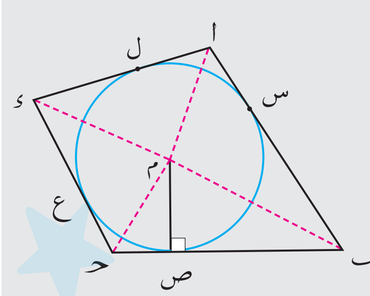
م دائرة داخلة للشكل الرباعى ا ب حـ ى ،

وطول نصف قطرها ٣ سم ،

ا ب = ٧ سم ، حـ ى = ٥ سم أوجد :

أولًا : محيط الشكل ا ب حـ ى .

ثانيًا : مساحة الشكل ا ب حـ ى .



● **الحـــل :** أولًا : ∵ الدائرة م داخلة للشكل الرباعى ا ب حـ ى ،

∴ الدائرة م تمس أضلاع الشكل ا ب حـ ى فى س ، ص ، ع ، ل

∵ ا ل ، ا س قطعتان مماستان للدائرة م ∴ ا ل = ا س .... ①

∵ ب ص ، ب س قطعتان مماستان للدائرة م ∴ ب ص = ب س .... ②

بجمع ① ، ② ∴ ا ل + ب ص = ا س + ب س = ا ب = ٧ سم

∵ ى ل ، ى ع قطعتان مماستان للدائرة م ∴ ى ل = ى ع .... ③

∵ حـ ص ، حـ ع قطعتان مماستان للدائرة م ∴ حـ ص = حـ ع .... ④

بجمع ③ ، ④ : ∴ ى ل + حـ ص = ى ع + حـ ع = ى حـ = ٥ سم

بجمع ① ، ② ، ③ ، ④ :

∴ محيط الشكل ا ب حـ ى = ٢ (ا ب + ى حـ) = ٢ (٧ + ٥) = ٢ × ١٢ = ٢٤ سم

ثانيًا : مساحة الشكل ا ب حـ ى

= م (△ م ا ب) + م (△ م ب حـ) + م (△ م حـ ى) + م (△ م ا ى)

∴ مساحة الشكل ا ب حـ ى

= $\frac{1}{2}$ ا ب × نق + $\frac{1}{2}$ ب حـ × نق + $\frac{1}{2}$ حـ ى × نق + $\frac{1}{2}$ ا ى × نق

= $\frac{1}{2}$ (ا ب + ب حـ + حـ ى + ى ا) × نق = $\frac{1}{2}$ محيط الشكل ا ب حـ ى × نق

= $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٣ = ٣٦ سم²

• المماسات المشتركة للدائرتين المتباعدتين :

في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك داخلى للدائرتين م ، ن لأن الدائرتين

م ، ن تقعان فى جهتين مختلفتين من $\overleftrightarrow{أب}$

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس داخلى للدائرتين م ، ن

$\overline{أب} \cap \overline{حـ ء} = \{هـ\}$

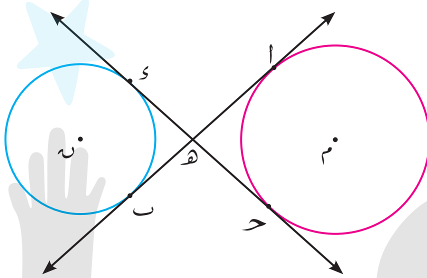
∵ $\overline{هـ أ}$ ، $\overline{هـ حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

∴ هـ أ = هـ حـ .... (١)

∵ $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{هـ ء}$ قطعتان مماستان للدائرة ن

∴ هـ ب = هـ ء .... (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ أب = حـ ء



في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك خارجى للدائرتين م ، ن

لأن الدائرتين م ، ن تقعان فى جهة واحدة

من $\overleftrightarrow{أب}$

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس خارجى للدائرتين م ، ن

$\overleftarrow{أب} \cap \overleftarrow{حـ ء} = \{و\}$ a

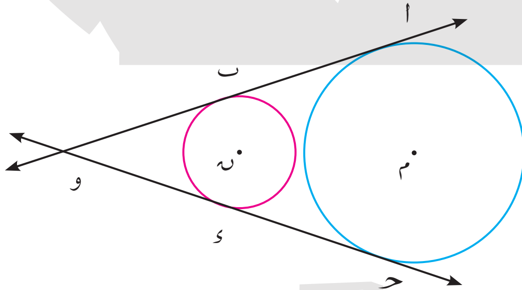
∵ $\overline{و أ}$ ، $\overline{و حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

∴ و أ = و حـ .... (١)

∵ $\overline{و ب}$ ، $\overline{و ء}$ قطعتان مماستان للدائرة ن

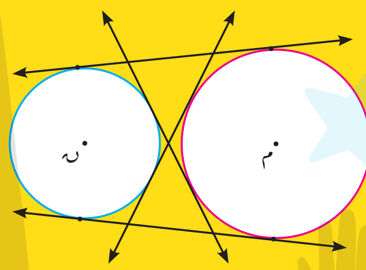
∴ و ب = و ء .... (٢)

بطرح (٢) من (١) ∴ أب = حـ ء



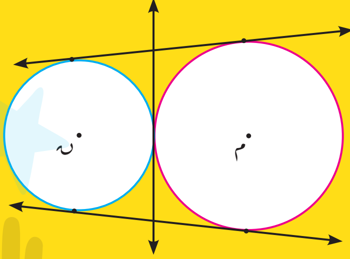
● المماسات المشتركة لدائرتين :

* الدائرتان المتباعدتان :



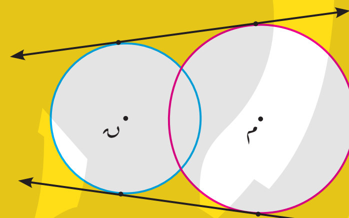
لهما أربعة مماسات مشتركة .

* الدائرتان المتماستان من الخارج :



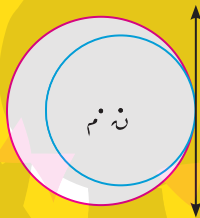
لهما ثلاثة مماسات مشتركة .

* الدائرتان المتقاطعتان :



لهما مماسان مشتركان .

* الدائرتان المتماستان من الداخل :



لهما مماس مشترك خارجي .

● **مثال ٥ :** فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس مشترك للدائرتين م ، ن من الخارج عند أ ، ب على الترتيب .

فإذا كان : م أ = ١٠ سم ، ن ب = ٢ سم ، م ن = ١٧ سم ، فأوجد : طول $\overline{\text{أ ب}}$

● **الحـــل :** نرسم : $\overleftarrow{\text{ن حـ}}$ ⊥ $\overline{\text{م أ}}$ بحيث

$\overleftarrow{\text{ن حـ}}$ ∩ $\overline{\text{م أ}}$ = { حـ }

∵ الشكل أ ب ن حـ مستطيل

∴ أ حـ = ب ن = ٢ سم

∴ م حـ = ١٠ − ٢ = ٨ سم

∵ المثلث م حـ ن قائم الزاوية فى حـ ∴ (ن حـ)^2 = (م ن)^2 − (م حـ)^2

∴ (ن حـ)^2 = (١٧)^2 − (٨)^2 = (١٧ + ٨)(١٧ − ٨) = ٢٥ × ٩

∴ ن حـ = $\sqrt{\text{٢٥ × ٩}}$ = ٥ × ٣ = ١٥ سم .

∵ ن حـ = أ ب ∴ أ ب = ١٥ سم .

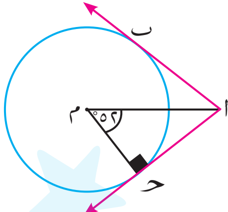
أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{اب}$ ، $\overleftarrow{اح}$ مماسين للدائرة م ،

وكان : ق (∠ ام ح) = ٥٢°

فــإن : ق (∠ ب ا ح) = ... (٣٨° أ ٧٦° أ ٣٦° أ ١٠٤°)

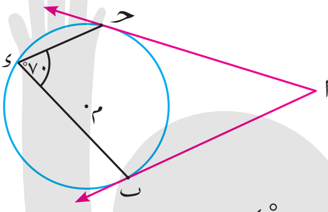


٢ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{اب}$ ، $\overleftarrow{اح}$ مماسين للدائرة م ،

وكان : ق (∠ ى) = ٧٠°

فــإن : ق (∠ ا) = ... (١١٠° أ ٥٥° أ ٤٠° أ ٧٠°)

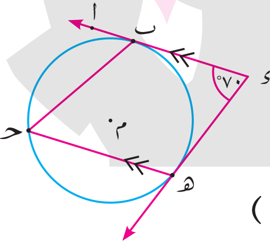


٣ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{ىهـ}$ ، $\overleftarrow{ىب}$ مماسين للدائرة م ،

$\overleftarrow{ىب}$ // $\overline{هـ ح}$ ، وكان : ق (∠ ى) = ٧٠°

فإن : ق (∠ ا ب ح) = ... (٧٠° أ ٥٥° أ ٦٥° أ ٣٥°)

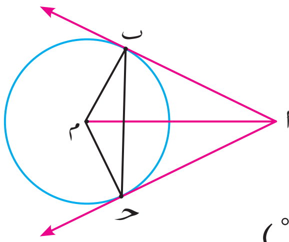


٤ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{اب}$ ، $\overleftarrow{اح}$ مماسين للدائرة م ،

وكان : ق (∠ م ب ح) = ٢٥°

فــإن : ق (∠ ب ا ح) = ... (٢٥° أ ٩٠° أ ٥٠° أ ١٠٠°)



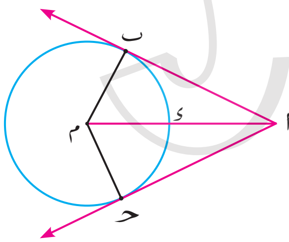
٥ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{اب}$ ، $\overleftarrow{اح}$ مماسين للدائرة م ،

$\overline{ام}$ ∩ الدائرة م = { ى } ،

اب = ١٢ سم ، م ح = ٥ سم .

فإن : ا م = ... سم . (١٣ أ ٥ أ ٨ أ ٧)



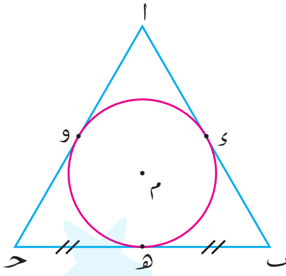
٦ فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث مرسوم خارج دائرة تمس أضلاعه فى ى ، هـ ، و ،

ا و = ٢ سم ، ا حـ = ٥ سم ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

فإن : محيط المثلث ا ب حـ = ... سم .

(١٤ أ، ١٥ أ، ١٦ أ، ١٧)



(الدقهلية ٢٠١٨)

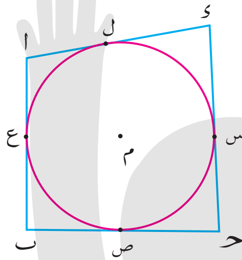
٧ فى الشكل المقابل :

م دائرة داخل الشكل الرباعى ا ب حـ ى تمس أضلاعه من الداخل فى س ، ص ، ع ، ل

فإذا كان : ا ب = ٩ سم ، حـ ى = ١٢ سم .

فإن : محيط الشكل ا ب حـ ى = ... سم .

(٢١ أ، ٤٢ أ، ٥٤ أ، ١٠٨)

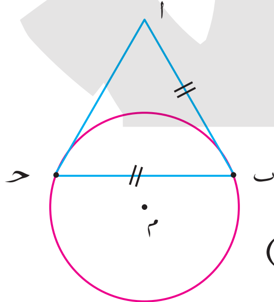


٨ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م ،

ب ا = ب حـ ، فإن ق (∠ ا) = ...

(٤٥° أ، ٦٠° أ، ٣٠° أ، ٩٠°)



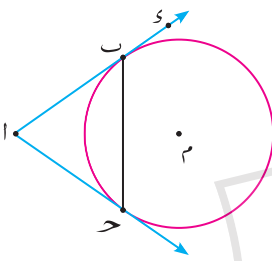
٩ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ

وكان : ق (∠ حـ ب ى) = ١٣٠°

فإن : ق (∠ ا) = ...

(١٠٠° أ، ٦٥° أ، ٥٠° أ، ٨٠°)



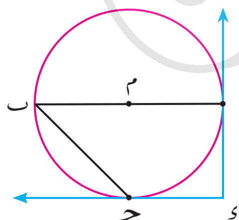
١٠ فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{\text{ى ا}}$ ، $\overleftarrow{\text{ى حـ}}$ مماسان للدائرة م ،

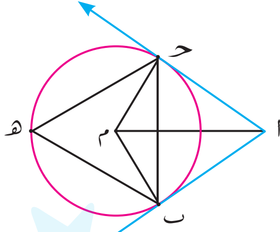
$\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى الدائرة م ، ق (∠ ى حـ ب) = ١٣٠°

فإن : ق (∠ ى) = ...

(٩٠° أ، ٥٠° أ، ٦٥° أ، ١٠٠°)



ثانيًا : أجب عما يأتى :



١ فى الشكل المقابل :

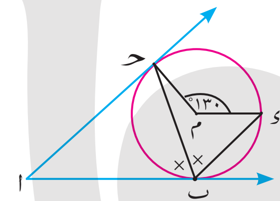
أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة م ،

ق (∠ ب أ م) = ٢٥° ، هـ ∈ ب حـ الأكبر

أوجد (أ) ق (∠ أ حـ ب) (ب) ق (∠ ب هـ حـ)

....

....



٢ فى الشكل المقابل :

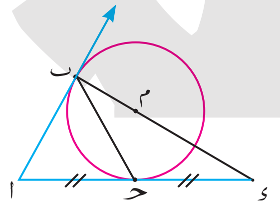
أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة م ،

ق (∠ حـ م د) = ١٣٠° ، ب حـ ينصف ∠ أ ب د

أوجد : ق (∠ أ) .

....

....



٣ فى الشكل المقابل :

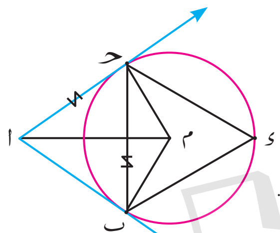
أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ ،

أ حـ ∩ ب م = { د } ، فإذا كانت : حـ منتصف أ د

فأثبت أن : المثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع .

....

....



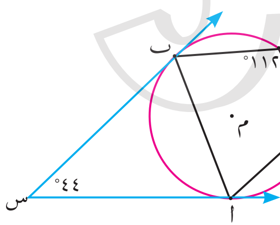
٤ فى الشكل المقابل :

أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة م ، د ∈ للدائرة م : حـ أ = حـ ب

أوجد : (أ) ق (∠ م أ ب) (ب) ق (∠ أ حـ ب) (جـ) ق (∠ حـ د ب)

....

....



٥ فى الشكل المقابل :

س أ ، س ب مماسان للدائرة عند أ ، ب ،

ق (∠ أ س ب) = ٤٤° ، ق (∠ د حـ ب) = ١١٢°

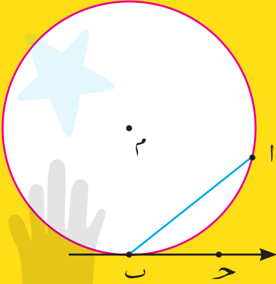
أثبت أن : (أ) أ ب ينصف ∠ س أ د (ب) أ د // س ب

....

ثالثًا : الزاوية المماسية

● **الزاوية المماسية :**

هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة والآخر يحمل وترًا فى الدائرة يمر بنقطة التماس .



* **والزاوية المماسية تمثل حالة خاصة من الزاوية المحيطية .**
* **قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها .**
* فى الشكل المقابل :

∵ (∠ أ ب حـ) زاوية مماسية . ∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أب}$)

نظـــرية (٥)

قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس .

المعطيات : (∠ أ ب حـ) زاوية مماسية ، (∠ ى) زاوية محيطية .

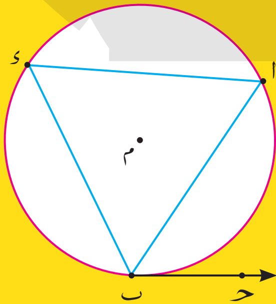
المطلوب : إثبات أن : ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ى)

البرهـــان : ∵ (∠ أ ب حـ) زاوية مماسية

∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أب}$) ١

∵ (∠ ى) زاوية محيطية

∴ ق (∠ ى) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{أب}$) ٢



من ١ ، ٢ :

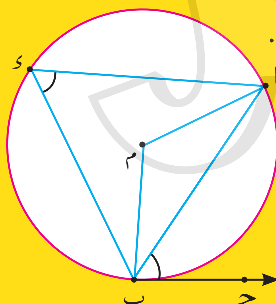
∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ى)

قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس .

* فى الشكل المقابل : $\overrightarrow{بحـ}$ مماس للدائرة م ، $\overline{أب}$ وتر التماس .

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ى) ١

∵ ق (∠ ى) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) ٢

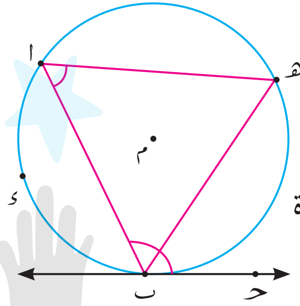


من ١ ، ٢ :

∴ ق (∠ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب)

● **ملحوظة هامة :** الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية ، وفى جهة واحدة منه .

فى الشكل المقابل :



ق (∠ ا ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ا هـ ب) .... (١)

ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ا ء ب) .... (٢)

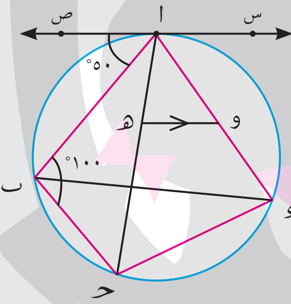
من (١) ، (٢)

∴ ق (∠ ا ب حـ) + ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ قياس الدائرة

∴ ق (∠ ا ب حـ) + ق (∠ هـ) = ١٨٠°

∴ ∠ ا ب حـ تكمل ∠ ا هـ ب

● **مثال (١) :** فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند ا ،

هـ ∈ $\overline{\text{ا حـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ا ء}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ،

ق (∠ ص ا ب) = ٥٠° ، ق (∠ ا ب حـ) = ١٠٠°

أولًا : أوجد : ق (∠ ب ء حـ)

ثانيًا : أثبت أن الشكل و ء حـ هـ رباعى دائرى .

● **الحل :** أولًا :

∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس ، $\overline{\text{ا حـ}}$ وتر ∴ (∠ ص ا حـ) تكمل (∠ ا ب حـ)

∵ ق (∠ ا ب حـ) = ١٠٠° ∴ (∠ ص ا حـ) = ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠°

∵ ق (∠ ب ا حـ) = ق (∠ ص ا حـ) − ق (∠ ب ا ص)

∴ ق (∠ ب ا حـ) = ٨٠° − ٥٠° = ٣٠°

∵ ق (∠ ب ء حـ) = ق (∠ ب ا حـ) محيطيتان تحصران (⌒ب حـ)

∴ ق (∠ ب ء حـ) = ٣٠°

ثانيًا : ∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس ، $\overline{\text{ا حـ}}$ وتر التماس

∴ ق (∠ ص ا حـ) = ق (∠ ا ء حـ) = ٨٠° .... (١)

∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ا حـ}}$ قاطع

∴ ق (∠ ص ا هـ) = ق (∠ ا هـ و) = ٨٠° بالتبادل .... (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق (∠ ا هـ و) = ق (∠ ا ء حـ) = ٨٠°

∵ ∠ ا هـ و خارجة عن الشكل الرباعى و ء حـ هـ

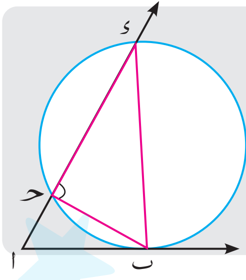
∴ الشكل و ء حـ هـ رباعى دائرى .

• **مثال (٢) :** فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة عند ب ،

$\overleftarrow{أ حـ}$ يقطع الدائرة فى حـ ، ء

برهن أن : ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) − ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$))



• **الحــــل :** ∵ ∠ ء حـ ب خارجة عن المثلث أ ب حـ

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ ب حـ ء) − ق (∠ حـ ب أ)

∴ ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) − $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$)

∴ ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ (ق ($\overset{\frown}{ب ء}$) − ق ($\overset{\frown}{ب حـ}$))

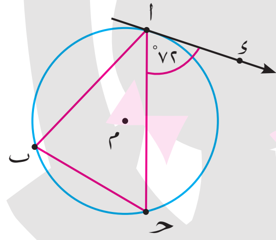
أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ فى الشكل المقابل : (البحيرة ٢٠١٨)

$\overleftarrow{أ ء}$ مماس للدائرة عند أ

فإذا كان : ق (∠ حـ أ ء) = ٧٢°

فإن : ق (∠ ب أ حـ) = ... (١٤٤° أ، ٧٢° أ، ٣٦° أ، ٨٠°)

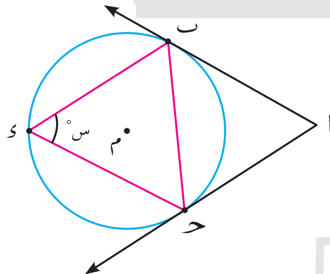


٢ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠١٨)

$\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة ،

فإذا كان : ق (∠ ب ء حـ) = ق (∠ أ) = س°

فإن : س = ... (٤٥° أ، ٦٠° أ، ٩٠° أ، ٧٥°)

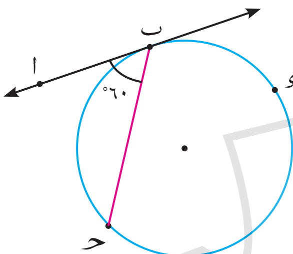


٣ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠١٩)

إذا كان : $\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس للدائرة عند ب ، $\overline{ب حـ}$ وتر فى الدائرة

ق (∠ أ ب حـ) = ٦٠°

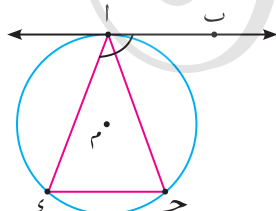
فإن : ق ($\overset{\frown}{ب ء حـ}$) = ... (٦٠° أ، ١٢٠° أ، ٢٤٠° أ، ٩٠°)



٤ فى الشكل المقابل : (شمال سيناء ٢٠١٩)

إذا كان : $\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة عند أ ، ق (∠ ء أ ب) = ١٣٠°

فإن : ق (∠ أ حـ ء) = ... (١٣٠° أ، ٩٠° أ، ٥٠° أ، ٢٥°)

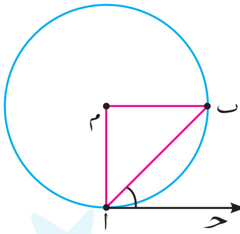


٥ فى الشكل المقابل : (الغربية ٢٠١٩)

إذا كان : $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ مماس للدائرة عند ا ، $\overline{\text{ا ب}}$ وتر ،

ق (∠ ب ا حـ) = ٦٢°

فإن : ق (∠ ا م ب) = ... (٣١° أ ٦٢° أ ١٢٤° أ ١٥٠°)



ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ فى الشكل المقابل : (الشرقية ٢٠١٨)

$\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى نصف دائرة ، $\overleftarrow{\text{حـ و}}$ مماس لها عند حـ ، $\overleftarrow{\text{ء و}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$

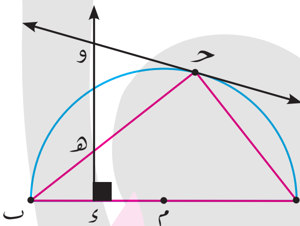
أولًا : برهن أن : **أ** الشكل ا ء هـ حـ رباعى دائرى .

ب المثلث و حـ هـ متساوى الساقين .

ثانيًا : أكمل : مركز الدائرة المارة برءوس الشكل

ا ء هـ حـ هو منتصف ....

....



٢ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠١٨)

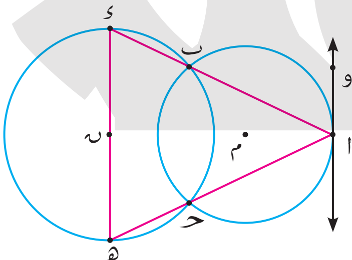
دائرتان متقاطعتان فى ب ، حـ ، ا ∋ إحدى الدائرتين

رسم $\overleftarrow{\text{ا و}}$ مماسًا لها عند ا ، ثم رسم $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ يقطعان

الدائرة ، الأخرى فى ء ، هـ ، أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{ا و}}$ // ء هـ

....

....

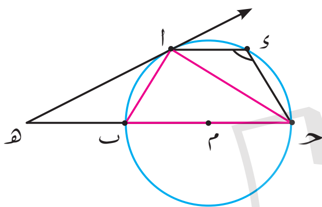


٣ فى الشكل المقابل : (جنوب سيناء ٢٠١٨)

ا ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة م ، $\overline{\text{ب حـ}}$

قطر فيها $\overleftarrow{\text{هـ ا}}$ مماس للدائرة عند ا ،

ق (∠ ا ء حـ) = ١٢٠° ، أثبت أن : ب هـ = ا ب

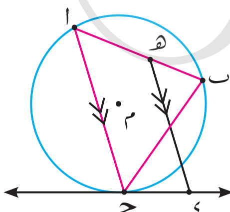


٤ فى الشكل المقابل : (المنيا ٢٠١٩)

ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة

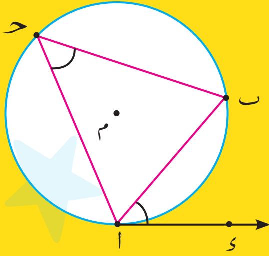
عند حـ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ا حـ}}$ ويقطع $\overline{\text{ا ب}}$ فى هـ .

أثبت أن : الشكل ب هـ حـ ء رباعى دائرى .



عكس نظرية (٥)

إذا رسم شعاع من أحد طرفى وتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماسًّا للدائرة .



أى أنه إذا رسم $\overleftarrow{\text{ا ء}}$ من أحد طرفى الوتر $\overline{\text{ا ب}}$ فى الدائرة م ، وكان :

ق (∠ ء ا ب) = ق (∠ حـ) فإن : $\overleftarrow{\text{ا ء}}$ مماس للدائرة م

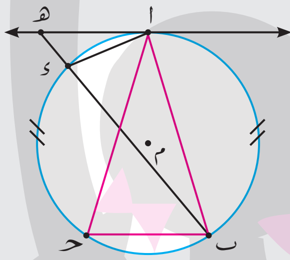
● **مثال (١) :** فى الشكل المقابل : فى الدائرة م

ق ($\frown$ا ب) = ق ($\frown$ا حـ) ، ء ∋ ($\frown$ا حـ) الأصغر ،

رسم $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ فقطع المماس المرسوم من ا فى نقطة هـ

برهن أن : أولًا : $\overleftarrow{\text{ا هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

ثانيًا : $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، ء ، هـ



● **الحـل :** أولًا :

∵ ق ($\frown$ا ب) = ق ($\frown$ا حـ) ∴ المثلث ا ب حـ متساوى الساقين .

∴ ق (∠ حـ) = ق (∠ ا ب حـ) .... ①

∴ $\overleftarrow{\text{ا هـ}}$ مماس

∴ ق (∠ هـ ا حـ) = ق (∠ ا ب حـ) .... ②

من ① ، ② ∴ ق (∠ هـ ا حـ) = ق (∠ حـ) وهما متبادلتان .

∴ $\overleftarrow{\text{ا هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

ثانيًا : ∵ $\overleftarrow{\text{ا هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ قاطع لهما .

∴ ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ هـ ب حـ) .... ③

∵ ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ء ب حـ) (محيطيتان تحصران $\frown$ء حـ) .... ④

من ③ ، ④ ∴ ق (∠ ا هـ ء) = ق (∠ ء ا حـ)

∴ $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ مماس للدائرة المارة بالنقاط ا ، ء ، هـ .

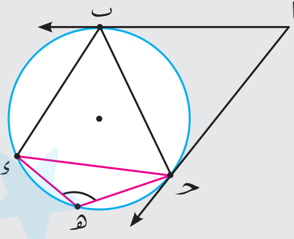
● **مثال (٢) :** فى الشكل المقابل : فى الدائرة م

$\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

ق (∠ هـ) = ١١٠° ، ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠°

أثبت أن : أولًا : $\overleftarrow{ب حـ}$ ينصف ∠ أ ب ء

ثانيًا : $\overleftarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث أ ب حـ .



● **الحــل :** أولًا :

∵ الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى

∴ ق (∠ حـ ب ء) + ق (∠ حـ هـ ء) = ١٨٠°

∴ ق (∠ حـ ب ء) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠° .... ①

∵ $\overleftarrow{أب}$ مماس ، $\overline{ب حـ}$ وتر التماس

∴ ق (∠ أ ب حـ) = ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠° .... ②

من ① ، ② ∴ $\overleftarrow{ب حـ}$ ينصف ∠ أ ب ء

ثانيًا : ∵ $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أحـ}$ مماسان للدائرة

∴ أ ب = أ حـ

∵ المثلث أ ب حـ متساوى الساقين

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (ق (∠ ب) + ق (∠ حـ))

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠ .... ③

∵ المثلث حـ ب ء متساوى الساقين

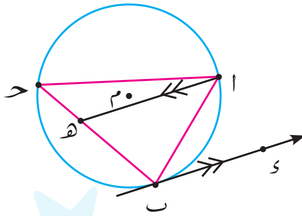
∴ ق (∠ ب حـ ء) = ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠° .... ④

من ③ ، ④

∴ ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ أ) = ٤٠°

∴ $\overleftarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث أ ب حـ

● أجب عما يأتى :



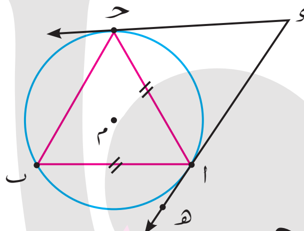
١ فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{ب ء}}$ مماس للدائرة م عند ب ، $\overline{\text{ا هـ}}$ // $\overleftarrow{\text{ب ء}}$

برهن أن : $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ا هـ حـ

....

....



٢ فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا حـ}}$ وتران متساويان فى الدائرة م ،

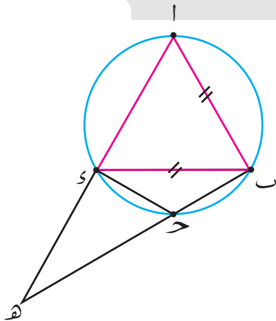
$\overleftarrow{\text{ء ا}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء حـ}}$ مماسان للدائرة م

برهن أن : أولًا : ق (∠ حـ ا ب) = ق (∠ ء ا حـ)

ثانيًا : $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ا ء حـ

....

....



٣ فى الشكل المقابل :

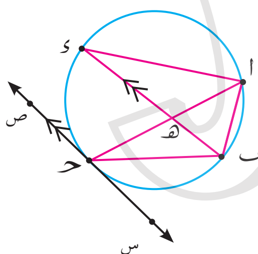
ا ب ء حـ شكل رباعى دائرى فيه : ب ا = ب ء ،

$\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ء ا}}$ = { هـ }

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{ء ب}}$ مماس للدائرة التى تمر برءوس المثلث حـ ء هـ

....

....



٤ فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، $\overline{\text{ا حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = { هـ }

رسم $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند حـ حيث $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$

أثبت أن : أولًا : $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ ينصف ∠ ب ا ء .

ثانيًا : $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ يمس الدائرة المارة برءوس المثلث ا ب هـ

....

....

الإجابات

الشكل الرباعى الدائرى

أولًا : أجب عما يأتى :

١ أولًا : ∵ المثلث ا ب حـ متساوى الساقين . ∴ ق (∠ ا ب حـ) = ق (∠ ا حـ ب)

∵ $\overleftarrow{بس}$ ينصف ∠ ب ، $\overleftarrow{حـص}$ ينصف ∠ حـ ∴ $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا ب حـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا حـ ب)

∴ ق (∠ ص ب س) = ق (∠ ص حـ س) وهما مرسومتان على $\overline{ص س}$ وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل ب حـ س ص رباعى دائرى

ثانيًا : ∵ ق (∠ س ص حـ) = ق (∠ ص حـ ب) وهما متبادلتان . ∴ $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

٢ ∵ ق (∠ ا س ب) = ق (∠ اهـ ب) = ٩٠° وهما مرسومتان على $\overline{ا ب}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا ب س هـ رباعى دائرى

فى المثلث ب ص حـ :

∵ $\overline{ب س}$ ⊥ $\overline{حـ ص}$ وينصفها ∴ ب ص = ب حـ ∵ $\overleftarrow{ب س}$ ينصف ∠ حـ ب ص

∴ ق (∠ حـ ب ى) = ق (∠ حـ ا ى) وهما مرسومتان على $\overline{حـ ى}$ ∴ الشكل ا ب حـ ى رباعى دائرى .

٣ ∵ ا ب حـ ى متوازى أضلاع . ∴ ق (∠ ب ا ى) = ق (∠ حـ) .... (١)

∵ المثلث ب حـ هـ متساوى الساقين . ∴ ق (∠ ب هـ حـ) = ق (∠ حـ) .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ ب ا ى) = ق (∠ ب هـ ى) وهما مرسومتان على $\overline{ب ى}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا ب ى هـ رباعى دائرى .

٤ ∵ ق (∠ ب حـ ا) = ق (∠ حـ ا ى) بالتبادل .... (١)

ق (∠ ب ا حـ) = ق (∠ ى هـ حـ) .... (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ق (∠ ى ا حـ) = ق (∠ ى هـ حـ) وهما مرسومتان على $\overline{ى حـ}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا حـ ى هـ رباعى دائرى .

٥ ∵ $\overline{ا ب}$ قطر ∴ ق (∠ ا حـ ب) = ٩٠°

∵ ق (∠ ا حـ هـ) = ق (∠ ا ى هـ) وهما مرسومتان على $\overline{ا هـ}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا حـ ى هـ رباعى دائرى .

إجابة مسائل على نظرية (٣)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١ تساوى ٢ متكاملتان ٣ المعين ٤ ١١٠° ٥ ٣٠° ٦ ١١٠° ٧ ١٠٨°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ ق (∠ ا) = ١٣٠° ، ∵ اب = اء

∴ ق (∠ اب ء) = ٢٥° = ق (∠ ء ب حـ) ∴ ق (⌒ا ء) = ق (⌒ء حـ) ∴ اء = ء حـ

٢ ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ ء ا هـ) (مشتركتان فى ⌒ء هـ)

∵ ∠ هـ حـ س خارجة عن الشكل اب حـ هـ .... ① ∴ ق (∠ هـ حـ س) = ق (∠ ب ا هـ) .... ②

من ① ، ② ∴ $\overleftarrow{حـ هـ}$ ينصف ∠ ء حـ س

٣ ∵ ∠ حـ ب هـ خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى . ∴ ق (∠ حـ ء ا) = ٨٥°

ق (∠ ا ء ب) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒اب) = ٥٥° ∴ ق (∠ ب ء حـ) = ٨٥° - ٥٥° = ٣٠°

٤ أولًا : ∠ اب س خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى اب حـ ء

∴ ق (∠ اب س) = ق (∠ ا ء حـ) .... ①

∵ $\overline{هـ و}$ // $\overline{حـ س}$ ، $\overline{و ب}$ قاطع

∴ ق (∠ س ب و) = ق (∠ هـ و ب) بالتبادل .... ②

من ① ، ② ∴ ق (∠ هـ و ب) = ق (∠ ء ا هـ) ∴ الشكل ا و هـ ء رباعى دائرى

ثانيًا : ∵ الشكل ا و هـ ء رباعى دائرى

∴ ق (∠ هـ ا ء) = ق (∠ هـ و ء) .... ①

∵ ق (∠ هـ و ء) = ق (∠ ب و س) للتقابل بالرأس .... ②

من ① ، ② ∴ ق (∠ ب و س) = ق (∠ هـ ا ء)

٥ ∵ ∠ اب هـ خارجة عن الشكل الرباعى اب حـ ء ∴ ق (∠ ء) = ق (∠ اب هـ) = ١٠٠°

فى المثلث ء ا حـ :

∵ ق (∠ ء حـ ا) = ٤٠° ∵ ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ء حـ ا) = ٤٠° ∴ ق (⌒ء حـ) = ق (⌒ا ء)

٦ أولًا : ق (∠ ء حـ ب) = ق (∠ ء ا ب) (مشتركتان فى ⌒ب ء)

ق (∠ هـ م ب) = ق (∠ هـ حـ ب) مرسومتان على $\overline{ب هـ}$ وفى جهة واحدة منها

∴ الشكل م حـ ب هـ رباعى دائرى .

ثانيًا : ∵ الشكل م حـ ب هـ رباعى دائرى .

∴ ق (∠ حـ م ب) = ق (∠ حـ هـ ب) (مشتركتان فى ⌒حـ ب)

∵ ق (∠ حـ م ب) المركزية = ٢ ق (∠ حـ ء ب) المحيطية .

∴ ق (∠ حـ هـ ب) = ٢ ق (∠ حـ ء ب)

العلاقة بين مماسات الدائرة

أولًا : الاختيار من متعدد :

١ ٧٦° ٢ ٤٠° ٣ ٥٥° ٤ ٥٠° ٥ ١٣ سم
٦ ١٦ سم ٧ ٤٢ سم ٨ ٦٠° ٩ ٨٠° ١٠ ١٠٠°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ أ ق (∠ احـ ب) = ٦٥° ب ق (∠ ب هـ حـ) = ٦٥°

٢ ق (∠ ى ب حـ) = ٦٥° ∴ ب حـ ينصف ∠ ى ب ا

∴ ق (∠ حـ ب ا) = ٦٥° ∴ ق (∠ ا) = ٥٠°

٣ ∵ المثلث ى ب ا قائم الزاوية فى ب ∴ اب = $\frac{1}{2}$ اى

∴ ق (∠ ى) = ٣٠° ، ق (∠ ا) ٦٠°

فى المثلث اب حـ ∵ ق (∠ ا) = ٦٠° ، اب = احـ ∴ المثلث اب حـ متساوى الأضلاع

٤ أ ∵ المثلث اب حـ متساوى الأضلاع ، ∵ ام ينصف ∠ ب احـ ∴ ق (∠ م اب) = ٣٠°

ب ق (∠ ا حـ ب) = ٦٠° جـ ق (∠ حـ ى ب) = ٦٠°

٥ أ ∵ س ا = س ب ∴ ق (∠ س اب) = ٦٨° ∵ اب حـ ى رباعى دائرى

∴ ق (∠ ب اى) = ١٨٠° − ١١٢° = ٦٨° ∴ اب ينصف ∠ س اى

ب ∵ ق (∠ س) + ق (∠ س اى) = ١٨٠° وهما داخلتان وفى جهة واحدة من س ا ∴ س ب // اى

(ثالثًا : الزاوية المماسية

أولًا : الاختيار من متعدد :

١ ٧٢° ٢ ٦٠° ٣ ٢٤٠° ٤ ٥٠° ٥ ١٢٤°

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١ أولًا : أ راجع الحلول السابقة .

ب ∵ ق (∠ و هـ حـ) = ق (∠ ا) ، ق (∠ و حـ هـ) = ق (∠ ا) .

∴ المثلث و حـ هـ متساوى الساقين .

ثانيًا : اهـ

٢ نرسم ب حـ

ق (∠ و اب) = ق (∠ احـ ب) .... (١)

∵ ∠ احـ ب خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى ب حـ هـ ى

∴ ق (∠ احـ ب) = ق (∠ ى) .... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ و اب) = ق (∠ ى) وهما متبادلتان . ∴ ا و // ى هـ

٣ ∵ الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى .

∴ ق (∠ ا ب حـ) = ٦٠° ∵ ب حـ قطر .

∵ ق (∠ ب ا حـ) = ٩٠° ∴ ق (∠ ا حـ ب) = ٣٠°

ق (∠ هـ ا ب) = ق (∠ ا حـ ب) = ٣٠°

∵ ∠ ا ب هـ خارجة عن الشكل الرباعى ا ب حـ ء ∴ ق (∠ ا ب هـ) = ١٢٠°

فى المثلث هـ ب ا : ∵ ق (∠ ا) = ق (∠ هـ) = ٣٠° ∴ ب هـ = ا ب

٤ ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ا) .... (١) ∴ ق (∠ ب هـ ء) = ق (∠ ا) بالتناظر ..... (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ب هـ ء) وهما مرسومتان على ب ء وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل ب هـ حـ ء رباعى دائرى

أجب عما يأتى :

١ ∵ ب ء مماس ، ا ب وتر . ∴ ق (∠ ا ب ء) = ق (∠ حـ) .... (١)

∵ ا هـ // ب ء ، ا ب قاطع . ∴ ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ ا ب ء) بالتبادل .... (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ حـ)

∴ ا ب مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ا هـ ب

٢ أولًا : ∵ المثلث ا ب حـ متساوى الساقين . ∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ا حـ ب)

∵ ء ا ، ء حـ مماسان للدائرة ∴ ء ا = ء حـ ∴ ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ء حـ ا)

∵ ء ا مماس . ∴ ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ب) ∴ ق (∠ ا حـ ب) = ق (∠ ء)

ثانيًا : ∵ ق (∠ ا حـ ب) = ق (∠ ء) ∴ ا ب مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ا ء حـ

٣ ∵ المثلث ب حـ ء متساوى الساقين ∴ ق (∠ ء ب ا) = ق (∠ ب ء ا)

∵ ∠ ء حـ هـ خارجة عن الشكل الرباعى الدائرى ا ب حـ ء ∴ ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ ا)

∵ ∠ ا حـ ء خارجة عن المثلث ء حـ هـ ∴ ق (∠ هـ) + ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ ا ء حـ)

بطرح ق (∠ ا ء ب) من كل منهما . ∴ ق (∠ ب ء حـ) = ق (∠ هـ)

∴ ء ب مماس للدائرة المارة برءوس المثلث حـ ء هـ

٤ أولًا : ∵ س ص مماس ، ب حـ وتر ∴ ق (∠ ب حـ س) = ق (∠ ب ا حـ) ..... (١)

∵ ب ء // س ص ∴ ق (∠ ء ب حـ) = ق (∠ ب حـ س) بالتبادل .... (٢)

∵ ق (∠ ء ا حـ) = ق (∠ ء ب حـ) (تحصران ء حـ) .... (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) : ∴ ا حـ ينصف ∠ ب ا ء

ثانيًا : ∵ ق (∠ هـ ب حـ) = ق (∠ ب ا هـ) ∴ ب حـ مماس للدائرة المارة برءوس المثلث ا ب هـ

المراجعة في أسبوع

مراجعة سريعة ومتأنية في آنٍ واحد



الشاطر

الرياضيات

الهندسة

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

اليوم الأول

اليوم الثاني

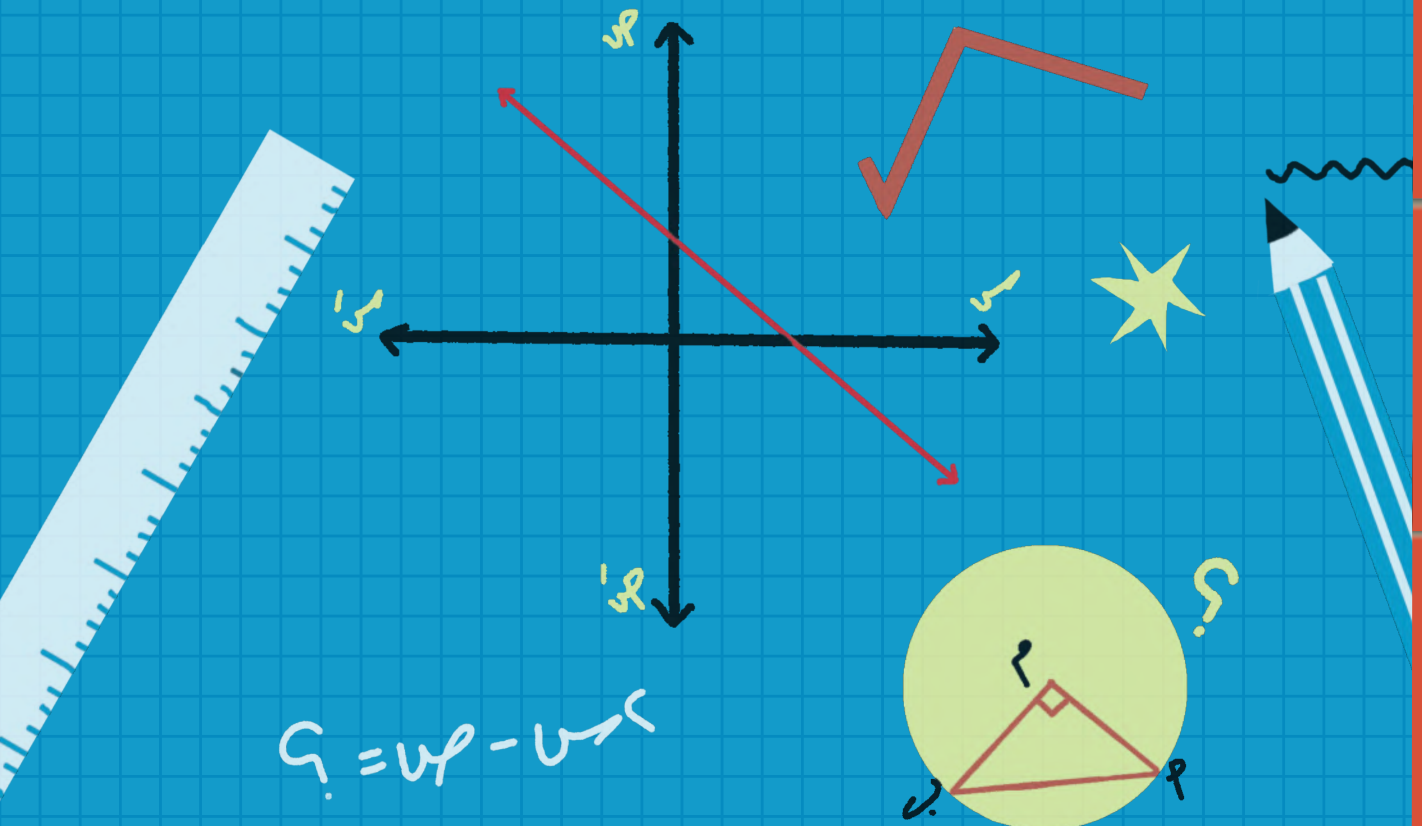
اليوم الثالث

اليوم الرابع

اليوم الخامس

اليوم السادس

اليوم السابع



امتحانات المحافظات لعام ٢٠٢١ فى الهندسة (*)

١ - محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) قياس الزاوية المنعكسة للزاوية التى قياسها ١٠٠° يساوى ....°

أ ٨٠ ب ٩٠ جـ ٢٠٠ د ٢٦٠

(ب) إذا كانت النقطة أ تقع على الدائرة م التى طول قطرها ٨سم فإن : أ م = ...سم .

أ ٢ ب ٤ جـ ٦ د ٨

(جـ) عدد محاور تماثل متوازى الأضلاع هو ....

أ صفر ب ١ جـ ٢ د ٣

(د) أ ب جـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ ب) = ٥٠° فإن : ق (∠ ء) = ...°

أ ٢٥ ب ٥٠ جـ ١٠٠ د ١٣٠

(هـ) إذا كان قياس إحدى زاويتى قاعدة المثلث المتساوى الساقين ٤٠°

فإن قياس زاوية الرأس يساوى ....°

أ ٤٠ ب ٨٠ جـ ١٠٠ د ١٤٠

(و) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

أ حادة ب قائمة جـ منفرجة د مستقيمة

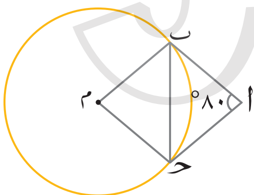
٢ أ أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٤}$ الدائرة ، ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٤ سم . (حيث $\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

ب فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، جـ ،

ق (∠ أ) = ٨٠°

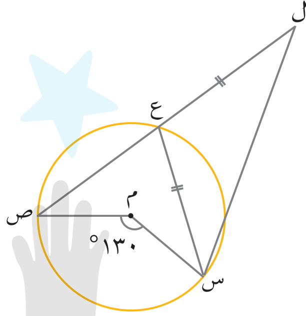
أوجد بالبرهان : ق (∠ ب جـ م)



(*) يجيب عنها الطالب مسترشدًا بما تمت مراجعته فى الأيام السابقة .

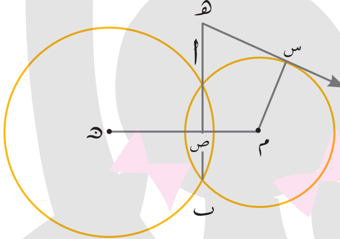
٣ **أ** $\overline{أب}$ طولها ٥ سم . ارسم الدائرة التى تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم .
كم دائرة يمكن رسمها ؟ (باستخدام الأدوات الهندسية)

ب فى الشكل المقابل :



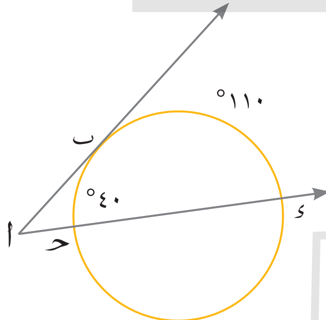
دائرة م ، ق (∠ س م ص) = ١٣٠° ، ع س = ع ل
أوجد بالبرهان : **(أ)** ق ($\frown{س ص}$)
(ب) ق (∠ س ع ص)
(جـ) ق (∠ ل)

٤ **أ** فى الشكل المقابل :



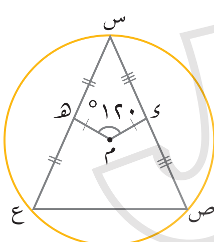
م ، ﻫ دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب
، $\overleftarrow{هـ س}$ مماس للدائرة م عند س
، $\overline{م ﻫ}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {ص}
أثبت أن : الشكل هـ س م ص رباعى دائرى .

ب فى الشكل المقابل :



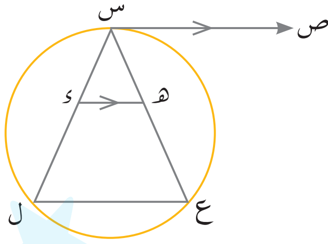
إذا كان: $\overleftarrow{أ ب}$ مماسًّا للدائرة عند ب
، $\overleftarrow{أ حـ}$ يقطع الدائرة فى حـ ، ء ، ق ($\frown{ب ء}$) = ١١٠°
، ق ($\frown{ب حـ}$) = ٤٠°
فأوجد بالبرهان : ق (∠ أ)

٥ **أ** فى الشكل المقابل :



س ص ع مثلث مرسوم داخل دائرة م
، ء ، هـ منتصفا $\overline{س ص}$ ، $\overline{س ع}$ على الترتيب
فإذا كان : م ء = م هـ ، ق (∠ ء م هـ) = ١٢٠°
فأثبت أن : المثلث س ص ع متساوى الأضلاع .

ب فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند س

، $\overleftarrow{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ء هـ}}$

برهن أن : ء هـ ع ل رباعى دائرى .

٢ - محافظة الجيزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة .... من جهة القاعدة .

أ ٣ : ٩ ب ٣ : ١ جـ ٤ : ٢ د ٢ : ٤

(ب) إذا كان المستقيم ل مماسًّا للدائرة م التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم .

أ ٣ ب ٤ جـ ٦ د ٨

(جـ) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع عند أحد رءوسه .... °

أ ٦٠ ب ١٠٨ جـ ١٢٠ د ١٣٥

(د) قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى .... °

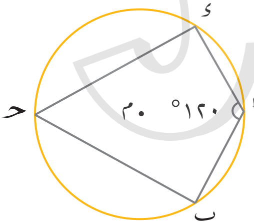
أ ١٨٠ ب ٩٠ جـ ١٢٠ د ٢٤٠

(هـ) ا ب حـ مثلث فيه : (ب حـ)^2 = (ا ب)^2 + (ا حـ)^2 ، ق (∠ ب) = ٥٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ... °

أ ٩٠ ب ٥٠ جـ ٤٠ د ١٣٠

(و) فى الشكل المقابل :



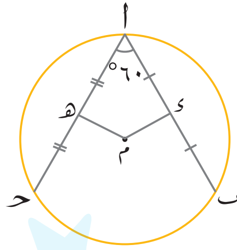
م دائرة ، ق (∠ ا) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ... °

أ ١١٠ ب ٦٠

جـ ٥٥ د ١٨٠

٢ أ في الشكل المقابل :



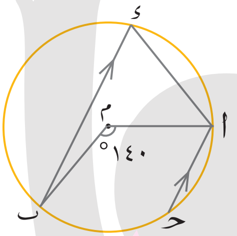
أ ب ، أ حـ وتران فى الدائرة م

، ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ حـ

، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

ب في الشكل المقابل :

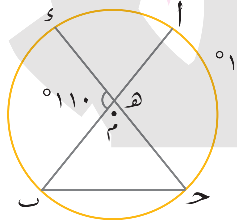


أ حـ // ء ب

، ق (∠ أ م ب) = ١٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ أ ء)

٣ أ في الشكل المقابل :



أ ب ، حـ ء وتران فى الدائرة م

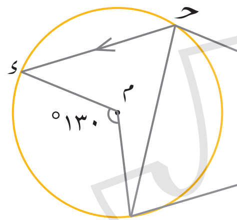
، أ ب ∩ حـ ء = {هـ}

، ق (∠ ء هـ ب) = ١١٠°

، ق (أ حـ) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء حـ ب)

ب في الشكل المقابل :



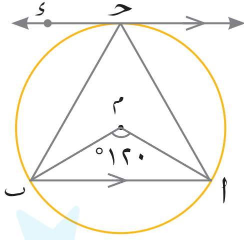
أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة م

، أ ب // حـ ء ، ق (∠ ب م ء) = ١٣٠°

(أ) أثبت أن : حـ ب ينصف ∠ أ حـ ء

(ب) أوجد : ق (∠ أ)

٤ **أ** في الشكل المقابل :

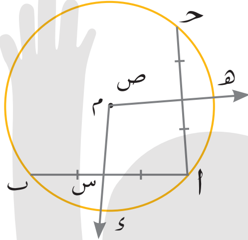


$\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة عند حـ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

، ق ($\angle$ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ حـ أ ب متساوى الأضلاع .

ب في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتران متساويان في الطول

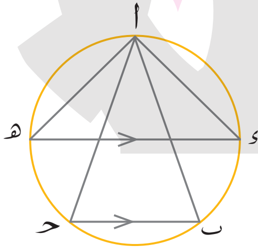
في الدائرة م ، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

، ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن : س ء = ص هـ

---

٥ **أ** في الشكل المقابل :

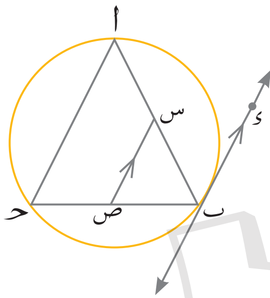


أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن :

ق ($\angle$ ء أ حـ) = ق ($\angle$ ب أ هـ)

ب في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ مماس للدائرة عند ب ، س $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$

، ص $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$ حيث $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

أثبت أن :

الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى .

٣ - محافظة القليوبية

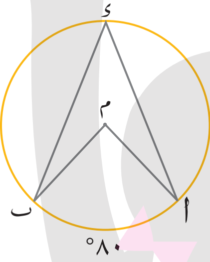
أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....°

أ ٣٦٠   ب ١٨٠
جـ ١٢٠   د ٩٠

(ب) فى الشكل المقابل :



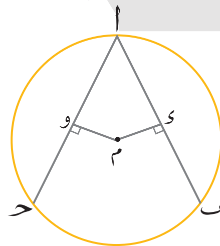
دائرة مركزها م

إذا كان : ق (⌒أب) = ٨٠°

فإن : ق (∠ أ ء ب) = ...°

أ ٤٠   ب ٦٠
جـ ١٢٠   د ١٦٠

(جـ) فى الشكل المقابل :



أب = أجـ ، م ء ⊥ أب

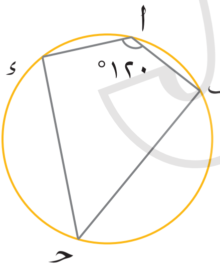
، م و ⊥ أجـ

فإذا كان : م ء = ٦ سم

فإن : م و = ... سم .

أ ١٢   ب ٨
جـ ٦   د ٣

(د) فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ أ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ جـ) = ...°

أ ١٥٠   ب ١٢٠
جـ ٩٠   د ٦٠

(هـ) إذا كان : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { أ } فإن : الدائرتين تكونان ....

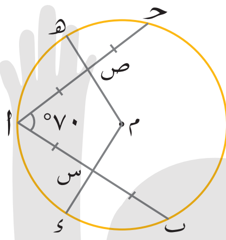
أ متماستين من الداخل　　ب متماستين من الخارج

جـ متقاطعتين　　د متحدتى المركز

(و) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج هو ....

أ صفر　　ب ١　　جـ ٢　　د ٣

٢ أ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

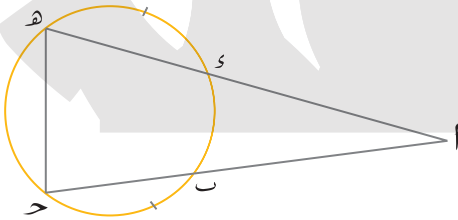
، س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أجـ}$

، ق (∠ جـ أ ب) = ٧٠°

(أ) أوجد : ق (∠ هـ م ء)

(ب) أثبت أن : س ء = ص هـ

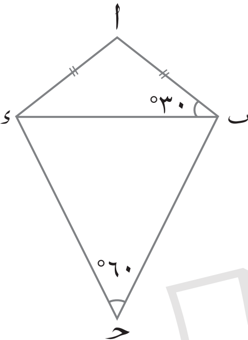
ب في الشكل المقابل :



ق (⌒ ء هـ) = ق (⌒ ب جـ)

أثبت أن : أ ب = أ ء

٣ أ في الشكل المقابل :

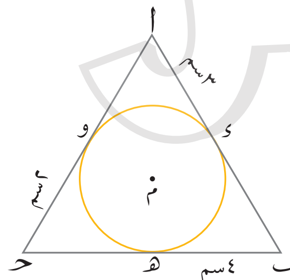


أ ب جـ ء شكل رباعي فيه : أ ب = أ ء

، ق (∠ أ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ جـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري .

ب في الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ مرسوم خارج دائرة م تمس أضلاعه

$\overline{أب}$ ، $\overline{بجـ}$ ، $\overline{أجـ}$ في ء ، هـ ، و على الترتيب

، أ ء = ٣سم ، ب هـ = ٤سم ، جـ و = ٢سم

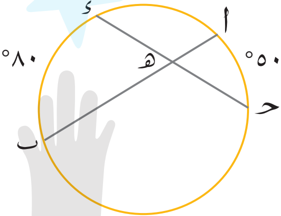
أوجد : محيط Δ أ ب جـ

٤ **أ** Δ ا ب جـ مرسوم داخل دائرة ، ا ء مماس عند ا ، س ∈ ا ب ، ص ∈ ا جـ

حيث س ص // ب جـ

أثبت أن : ا ء مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص

ب فى الشكل المقابل :



ا ب ∩ جـ ء = {هـ}

، ق (ا جـ) = ٥٠° ، ق (ب ء) = ٨٠°

أوجد : ق (∠ ا هـ جـ)

---

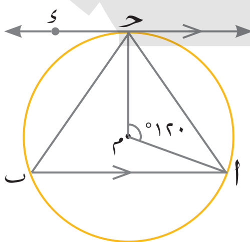
٥ **أ** فى الشكل المقابل :

Δ ا ب جـ مرسوم داخل دائرة ، ء هـ // ب جـ

أثبت أن :

ق (∠ ء ا جـ) = ق (∠ ب ا هـ)

ب فى الشكل المقابل :



جـ ء مماس للدائرة عند جـ

، جـ ء // ا ب

، ق (∠ ا م جـ) = ١٢٠°

أثبت أن : المثلث ب ا جـ متساوى الأضلاع .

٤ - محافظة الغربية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى $\frac{1}{3}$ دائرة يساوى ....°

أ ٢٤٠ ب ١٢٠ جـ ٦٠ د ٣٠

(ب) إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن : الدائرتين م ، ن ....

أ متباعدتان　　ب إحداهما داخل الأخرى
جـ متقاطعتان　　د متماستان من الخارج

(جـ) أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع فإن عدد محاور تماثل الضلع $\overline{ب جـ}$ يساوى ....

أ ٣　　ب ٢　　جـ ١　　د صفرًا

(د) أ ب جـ مثلث فيه : (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 > (أ جـ)^2 فإن : ∠ جـ تكون ....

أ قائمة　　ب حادة　　جـ مستقيمة　　د منفرجة

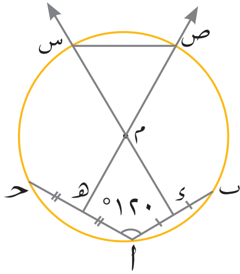
(هـ) .... يكون رباعيًّا دائريًّا .

أ شبه المنحرف　　ب المعين
جـ المستطيل　　د متوازى الأضلاع

(و) معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم فإن مساحة سطحه = ... سم^2 .

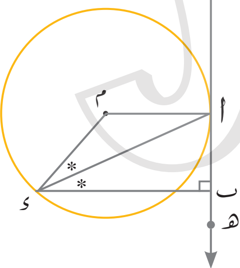
أ ٦٠　　ب ١٥　　جـ ٣٠　　د ١٠

٢ أ فى الشكل المقابل :



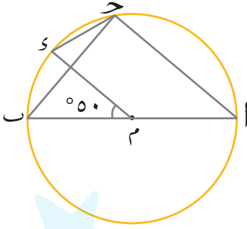
$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ وتران فى الدائرة م
يحصران زاوية قياسها ١٢٠°
، ى ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ على الترتيب
، رسم $\overrightarrow{ى م}$ ، $\overrightarrow{هـ م}$ فقطعا الدائرة فى س ، ص على الترتيب
أثبت أن : المثلث س ص م متساوى الأضلاع

ب فى الشكل المقابل :



$\overrightarrow{ى أ}$ ينصف ∠ ب ى م
ويقطع الدائرة فى أ ، $\overline{ى ب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أ ب}$
أثبت أن :
$\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس للدائرة م عند أ

٣ **أ** فى الشكل المقابل :

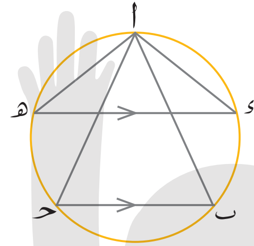


$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م

، ق (∠ ب م ء) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ أ حـ ء)

ب فى الشكل المقابل :



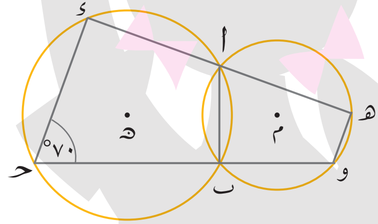
أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن :

ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ ب أ هـ)

٤ **أ** فى الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ يقطع الدائرة م فى هـ

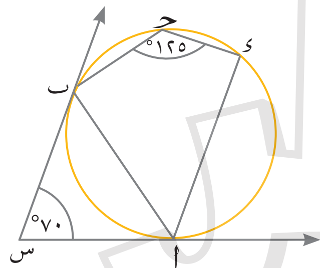
، والدائرة ن فى ء ، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ يقطع الدائرة م فى و

، والدائرة ن فى حـ ، ق (∠ حـ) = ٧٠°

أوجد :

ق (∠ و) ، ثم أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$

ب فى الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{س أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{س ب}}$ مماسان للدائرة عند أ ، ب

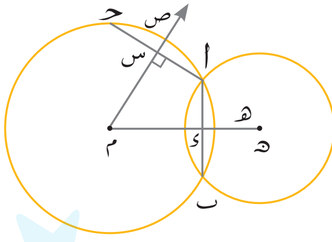
، ق (∠ أ س ب) = ٧٠°

، ق (∠ ء حـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن :

$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ينصف ∠ ء أ س

٥ **أ** فى الشكل المقابل :



م ، ﮬ دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

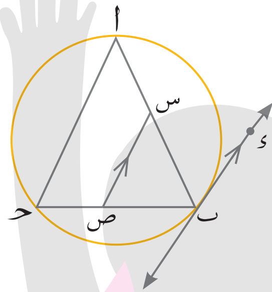
، رسم م س ⟵ ⊥ أ حـ يقطع أ حـ فى س

، ويقطع الدائرة م فى ص ، ورسم م ﮬ يقطع أ ب فى ء

والدائرة م فى هـ ، فإذا كان : أ حـ = أ ب

فأثبت أن : س ص = ء هـ

ب فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ب ء ⟷ مماس للدائرة

عند ب ، س ∈ أ ب ، ص ∈ ب حـ حيث س ص // ب ء ⟷

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى .

٥ - محافظة البحيرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، –٢) فإن إحداثيى نقطة ب هما ....

أ (٥ ، ٢) ب (٥ ، –٢) جـ (–٥ ، –٢) د (–٥ ، ٢)

(ب) ميل المستقيم : ٣س + ٢ص = ١ هو ....

أ $\frac{٢}{٣}$ ب $\frac{٣}{٢}$ جـ $-\frac{٢}{٣}$ د $-\frac{٣}{٢}$

(جـ) قياس أى زاوية فى الخماسى المنتظم = ...

أ °٩٠ ب °١٠٨ جـ °١٢٠ د °١٣٥

(د) النسبة بين قياسى الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس= ....

أ ١ : ٢ ب ٢ : ١ جـ ١ : ١ د ١ : ٣

(هـ) يمكن رسم دائرة تمر برءوس ....

أ شبه المنحرف ب المعين

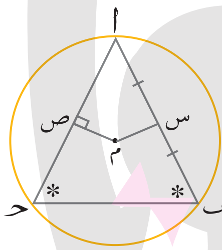
جـ المستطيل د متوازى الأضلاع

(و) إذا كان طول قطر دائرة ٧سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣,٥سم فإن ل يكون ....

أ قاطعًا للدائرة فى نقطتين ب واقعًا خارج الدائرة

جـ مماسًّا للدائرة د محور تماثل للدائرة

٢ أ فى الشكل المقابل :



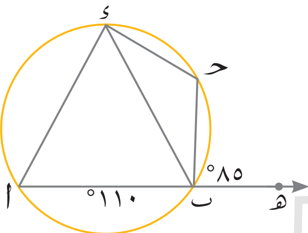
أ ب جـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م

فيه : ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)

، س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

أثبت أن : م س = م ص

ب فى الشكل المقابل :

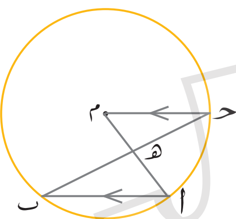


هـ ∈ أ ب ، هـ ∉ أ ب ،

ق (أ ب) = °١١٠ ، ق (∠ جـ ب هـ) = °٨٥

أوجد : ق (∠ ب ء جـ)

٣ أ فى الشكل المقابل :



أ ب وتر فى الدائرة م ،

جـ م // أ ب ، ب جـ ∩ أ م = {هـ} ،

ق (∠ أ) = °٦٠

أوجد : ق (∠ ب)

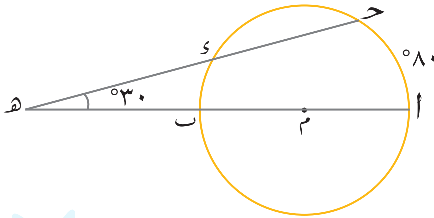
ب فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م،

$\overleftrightarrow{اب} \cap \overleftrightarrow{حء} = \{هـ\}$،

و (∠ا هـ حـ) = ٣٠°، و ($\overset{\frown}{احـ}$) = ٨٠°

أوجد : و ($\overset{\frown}{حء}$)



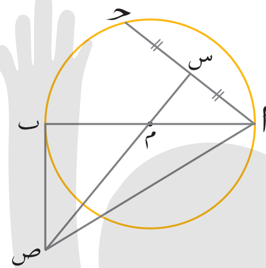
٤ **أ** فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م

ا س = حـ س،

$\overleftrightarrow{سم}$ يقطع مماس الدائرة عند ب فى ص

أثبت أن الشكل ا س ب ص رباعى دائرى



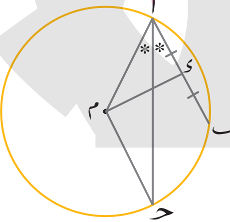
ب فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ وتر فى الدائرة م،

$\overrightarrow{احـ}$ ينصف (∠ب ا م) ويقطع الدائرة م فى حـ

إذا كان : ء منتصف $\overline{اب}$

فأثبت أن : $\overline{ءم} \perp \overline{حم}$



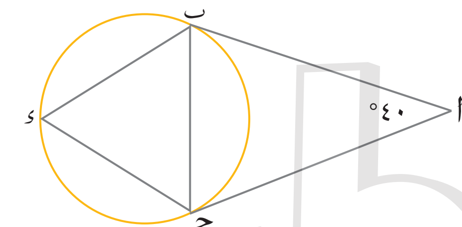
٥ **أ** فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$، $\overline{احـ}$ قطعتان مماستان

للدائرة عند ب، حـ،

و (∠ا) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : و (∠ء)



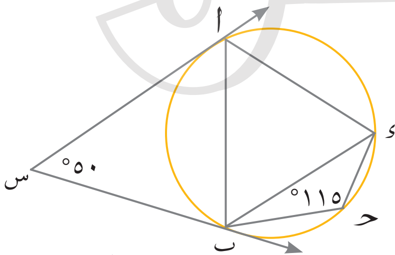
ب فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{سا}$، $\overrightarrow{سب}$ مماسان للدائرة عند ا، ب،

و (∠ا س ب) = ٥٠°، و (∠ء حـ ب) = ١١٥°

أثبت أن: (أ) $\overrightarrow{اب}$ ينصف (∠ء ا س)

(ب) ب ء = ب ا



٦- محافظة الإسكندرية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) إذا كان المستقيم ل مماسًّا للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم .

أ ٣ ب ٤ جـ ٦ د ٨

(ب) مربع طول ضلعه ٥ سم فإن مساحة سطحه تساوى .... سم٢.

أ ٢٠ ب ٥٠ جـ ٢٥ د ١٠٠

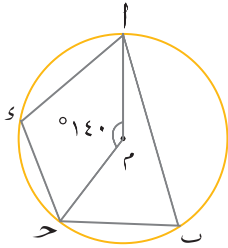
(جـ) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

أ حادة ب منفرجة جـ مستقيمة د قائمة

(د) نقطة تلاقى متوسطات المثلث تقسم كلًّا منها بنسبة .... من جهة القاعدة .

أ ١ : ٢ ب ٢ : ١ جـ ١ : ٣ د ٣ : ١

(هـ) فى الشكل المقابل :



فى الدائرة م إذا كان: ق (∠ حـ م أ) = ١٤٠°

فإن : ق (∠ حـ ء أ) = ... °

أ ٧٠ ب ١١٠

جـ ٤٠ د ١٤٠

(و) طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر .

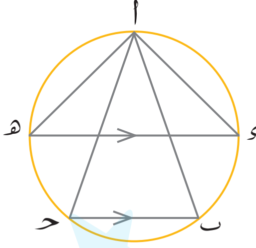
أ ٢ ب $\sqrt{2}$ جـ $\frac{1}{2}$ د $\frac{\sqrt{3}}{2}$

٢ **أ** فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ،

$\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : (∠ ء ا ب) = (∠ حـ ا هـ)



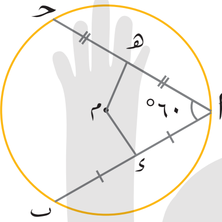
ب فى الشكل المقابل :

$\overline{ا ب}$ ، $\overline{ا حـ}$ وتران فى الدائرة م

، ء منتصف $\overline{ا ب}$ ، هـ منتصف $\overline{ا حـ}$

، ق (∠ ا) = ٦٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

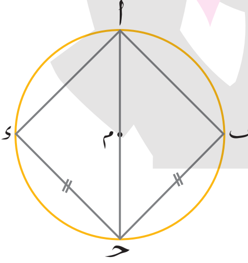


٣ **أ** فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

، $\overline{ا حـ}$ قطر فى الدائرة ، حـ ب = حـ ء

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{ا ب}$) = ق ($\overset{\frown}{ا ء}$)



ب ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، س ∈ $\overset{\frown}{ا ب}$ ، ص ∈ $\overset{\frown}{ا حـ}$

حيث ق ($\overset{\frown}{ا س}$) = ق ($\overset{\frown}{ا ص}$) ، $\overline{حـ س}$ ∩ $\overline{ا ب}$ = {ء}

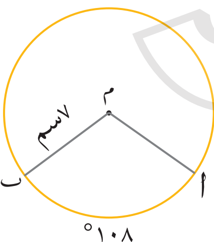
، $\overline{ب ص}$ ∩ $\overline{ا حـ}$ = {هـ}

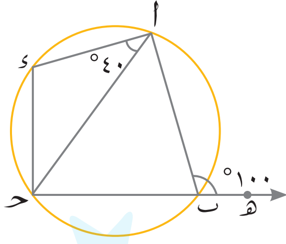
أثبت أن : الشكل ب حـ هـ ء رباعى دائرى .

٤ **أ** فى الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٧سم ، ق ($\overset{\frown}{ا ب}$) = ١٠٨°

أوجد : طول $\overset{\frown}{ا ب}$ ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)



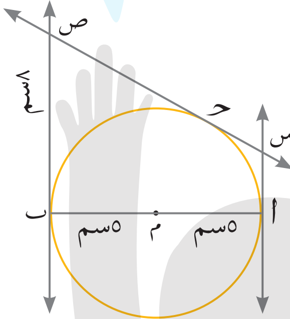


ب فى الشكل المقابل :

ق (∠ ا ب هـ) = ١٠٠°

ق (∠ حـ ا ء) = ٤٠°

أثبت أن : حـ ء = ا ء



٥ **أ** فى الشكل المقابل :

ا ب قطر فى الدائرة م ، حـ ∋ الدائرة م

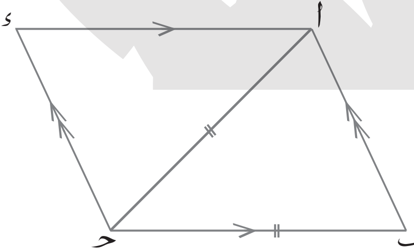
رسم مماس للدائرة عند حـ قطع المماسين

المرسومين لها عند ا ، ب فى س ، ص

فإذا كان : ا ب = ١٠ سم ،

س حـ = ٥ سم ، ص ب = ٨ سم

فأوجد : محيط الشكل ا س ص ب



ب فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء متوازى أضلاع فيه ا حـ = ب حـ

أثبت أن :

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث ا ب حـ

٧- محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) مربع مساحة سطحه ٥٠ سم^2 فإن : طول قطره .... سم .

أ ٥   ب ١٠   جـ ١٥   د ٢٥

(ب) ∠ أ ، ∠ ب زاويتان متتامتان ، ق (∠ ا) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب) فإن : ق (∠ ا) = ...°

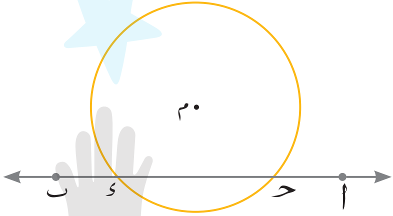
أ ٣٠   ب ٤٥   جـ ٦٠   د ٩٠

(جـ) Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ق (∠ حـ) = ٣٠° ، ا حـ = ٦ سم

فإن : ا ب = ...سم .

أ ١٢ ب ٦ جـ ٣ د ٣√٣

(د) فى الشكل المقابل :



ا ب ↔ ∩ سطح الدائرة م = ...

أ ∅ ب {حـ ، ى}

جـ حـ ى (قطعة مستقيمة) د حـ ى ↔

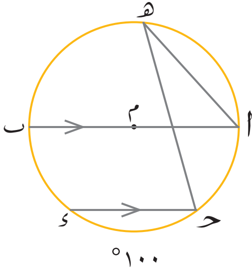
(هـ) إذا كان الشكل ا ب حـ ى رباعيًّا دائريًّا فإن : ق (∠ا) + ق (∠ حـ) - ١٠٠° = ...°

أ ٨٠ ب ١٠٠ جـ ١٨٠ د ٢٨٠

(و) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف الدائرة يساوى ....°

أ ٤٥ ب ١٣٥ جـ ٩٠ د ١٥٠

٢ أ فى الشكل المقابل :



ا ب قطر فى الدائرة م ، ا ب // حـ ى

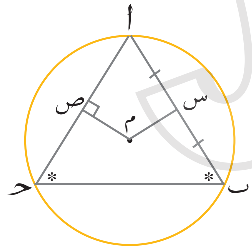
، ق (⌒حـ ى) = ١٠٠°

ق (∠ هـ ا حـ) = ٢ س - ١٠°

(أ) احسب : ق (⌒ب ى)

(ب) أوجد : قيمة س

ب فى الشكل المقابل :



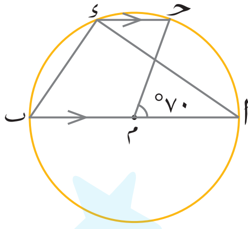
Δ ا ب حـ مرسوم داخل دائرة م فيه :

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

، س منتصف ا ب ، م ص ⊥ ا حـ

أثبت أن : م س = م ص

٣ **أ** فى الشكل المقابل :



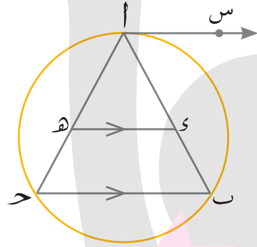
$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{حـ ء}$ // $\overline{أب}$

، ق (∠ أ م حـ) = ٧٠°

احسب : (أ) ق (∠ أ ء حـ)

(ب) ق (∠ أ ب ء)

ب فى الشكل المقابل :



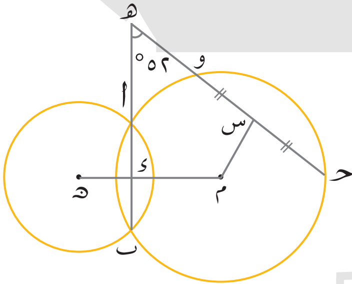
Δ أ ب حـ مرسوم داخل دائرة ،

، $\overleftarrow{أس}$ مماس للدائرة ، $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن :

$\overleftarrow{أس}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ء ، هـ

٤ **أ** فى الشكل المقابل :



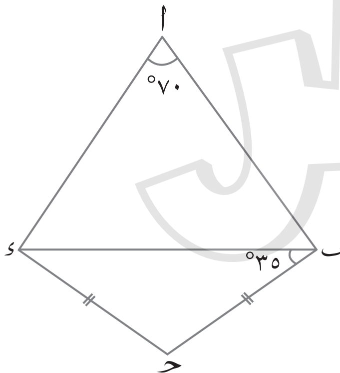
دائرتان م ، هـ متقاطعتان فى أ ، ب

، هـ ∈ $\overleftarrow{ب أ}$ ، $\overline{هـ حـ}$ تقطع الدائرة م فى حـ ، و

، س منتصف $\overline{حـ و}$ ، ق (∠ هـ) = ٥٢°

احسب : ق (∠ س م ء)

ب فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٥°

، حـ ب = حـ ء

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

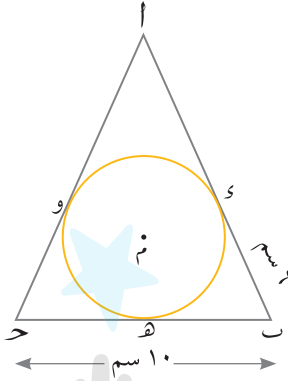
٥ أ في الشكل المقابل :

دائرة م تمس أضلاع Δ ا ب حـ من الداخل

في ء ، هـ ، و

إذا كان : ب حـ = ١٠ سم ، ء ب = ٦ سم

فاحسب : طول $\overline{\text{حـ هـ}}$

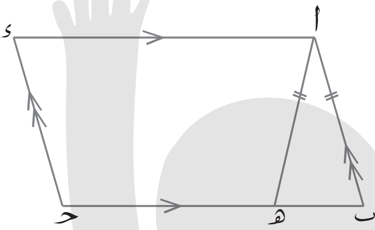


ب في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء متوازي أضلاع ، ا ب = ا هـ

أثبت أن :

الشكل ا هـ حـ ء رباعي دائري .



٨- محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ أ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) المماسان المرسومان لدائرة من نهايتي قطر فيها ....

أ متوازيان ب متقاطعان جـ متعامدان د منطبقان

(ب) وتر طوله ٨سم في دائرة طول نصف قطرها ٥سم فإنه يبعد عن مركزها ....سم .

أ ١ ب ٢ جـ ٣ د ٤

(جـ) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ....

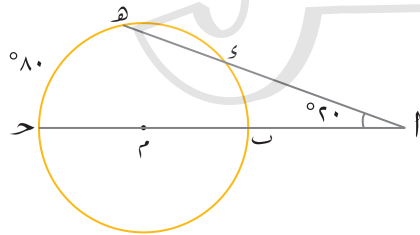
أ ٣٠° ب ٦٠° جـ ١٢٠° د ٢٤٠°

ب في الشكل المقابل :

$\overline{\text{ب حـ}}$ قطر في الدائرة م

، ق (∠ ا) = ٢٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{حـ هـ}}$) = ٨٠°

أوجد : ق ($\overset{\frown}{\text{ء هـ}}$)



٢ **أ** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) عدد محاور تماثل دائرتين متماستين من الخارج يساوى ....

أ صفرًا ب ١ جـ ٢ د عددًا لا نهائيًا

(ب) إذا كانت النقطة ا تنتمى لسطح الدائرة م التى طول قطرها ٦سم

فإن : م ا ∈ ....

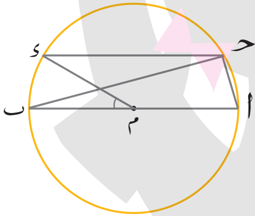
أ]–∞، ٦[ب]–∞، ٣[جـ [٠، ٣] د]٣، ∞[

(جـ) ا ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة فيه : ق (∠ ا) = ٧٠°

فإن : ق (⌢ب ا ء) = ...

أ ٣٥° ب ٥٥° جـ ١٤٠° د ٢٢٠°

ب فى الشكل المقابل :



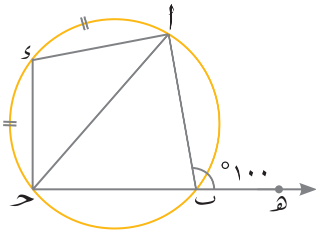
$\overline{\text{ا ب}}$ قطر فى الدائرة م، ق (∠ ب م ء) = ٣٠°

اوجد : (أ) ق (∠ ب حـ ء)

(ب) ق (∠ ا حـ ء)

---

٣ **أ** فى الشكل المقابل :

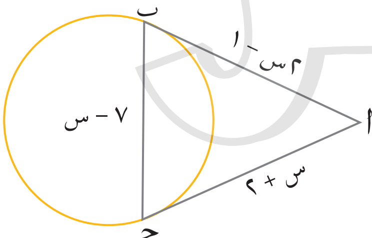


ا ب حـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

، ق (∠ ا ب هـ) = ١٠٠°، ء منتصف ⌢ا حـ

أوجد : ق (∠ ء ا حـ)

ب فى الشكل المقابل :



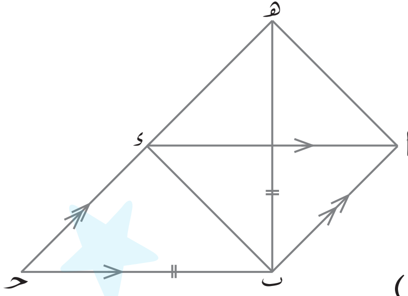
$\overline{\text{ا ب}}$، $\overline{\text{ا حـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة، ا ب = ٢س – ١

، ا حـ = س + ٢، ب حـ = ٧ – س

أوجد : (أ) قيمة س

(ب) محيط Δ ا ب حـ

٤ **أ** فى الشكل المقابل :



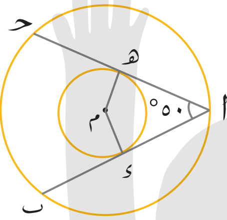
ا ب جـ ء متوازى أضلاع

، هـ ∈ جـ ء ، ب هـ = ب جـ

أثبت أن : (أ) الشكل ا ب ء هـ رباعى دائرى .

(ب) ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ ء ب جـ)

ب فى الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز فى م ، ا ب ، ا جـ قطعتان

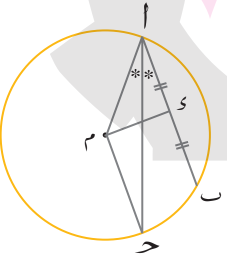
مماستان للدائرة الصغرى حيث ق (∠ ا) = ٥٠°

(أ) أوجد : ق (∠ ء م هـ)

(ب) أثبت أن : ا ب = ا جـ

---

٥ **أ** فى الشكل المقابل :

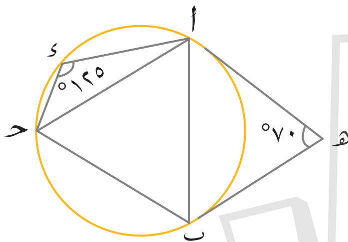


ا ب وتر فى الدائرة م ، ء منتصف ا ب

، ا جـ ينصف ∠ ب ا م

أثبت أن : ء م ⊥ جـ م

ب فى الشكل المقابل :



هـ ا ، هـ ب قطعتان مماستان للدائرة عند ا ، ب

، ق (∠ هـ) = ٧٠°

، ق (∠ ء) = ١٢٥°

أثبت أن :

(أ) ا ب = ا جـ

(ب) ا جـ مماس للدائرة المارة برءوس Δ ا ب هـ

٩- محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) الزاوية التى قياسها ٢٠° تتمم زاوية قياسها ....°

أ ٢٠ | ب ٤٠ | جـ ٧٠ | د ١٦٠

(ب) م ، ﮞ دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٧ سم

فإن : م ﮞ = ... سم .

أ ٣ | ب ٤ | جـ ٦ | د ١٠

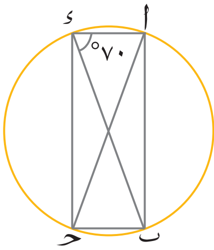
(جـ) القطران متعامدان وغير متساويين فى الطول فى ....

أ المعين | ب شبه المنحرف
جـ المربع | د متوازى الأضلاع

(د) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....°

أ ٣٠ | ب ٦٠ | جـ ٩٠ | د ١٨٠

(هـ) فى الشكل المقابل :



إذا كان: ق (∠ ا ء ب) = ٧٠°

فإن : ق (∠ ا حـ ب) = ...°

أ ٣٥ | ب ٧٠ | جـ ٩٠ | د ١٤٠

(و) فى المثلث ا ب حـ إذا كان : (ا ب)^2 = (ا حـ)^2 + (حـ ب)^2 + ٣

فإن : زاوية حـ تكون ....

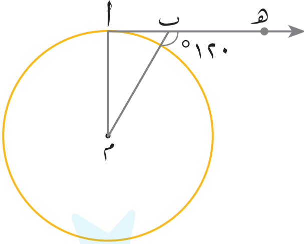
أ حادة | ب قائمة | جـ منفرجة | د مستقيمة

٢ **أ** فى الشكل المقابل :

إذا كان: $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ مماسًا للدائرة م عند ا

ق (∠ م ب هـ) = ١٢٠°

فأوجد بالبرهان: ق (∠ ا م ب)



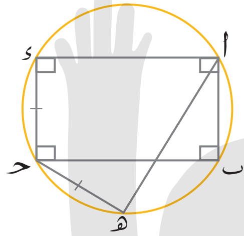
ب فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة ، رسم الوتر $\overline{\text{حـ هـ}}$

بحيث : حـ هـ = حـ ء

أثبت أن :(أ) ق (⌒ا ب) = ق (⌒حـ هـ)

(ب) ا هـ = ب حـ



٣ **أ** فى الشكل المقابل :

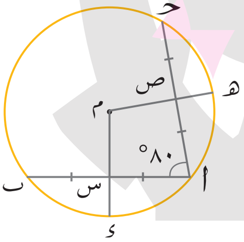
$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا حـ}}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$

، ق (∠ ب ا حـ) = ٨٠°

(أ) احسب : ق (∠ ء م هـ)

(ب) أثبت أن : س ء = ص هـ



ب فى الشكل المقابل :

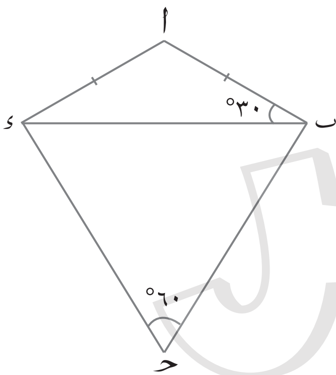
ا ب حـ ء شكل رباعى فيه : ا ب = ا ء

، ق (∠ ا ب ء) = ٣٠°

، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن :

الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى

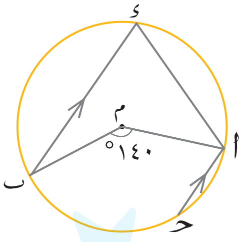


٤ **أ** فى الشكل المقابل :

حـ ا // ب ء ، ق (∠ ا م ب) = ١٤٠°

أوجد بالبرهان :

ق (∠ حـ ا ء)



ب فى الشكل المقابل :

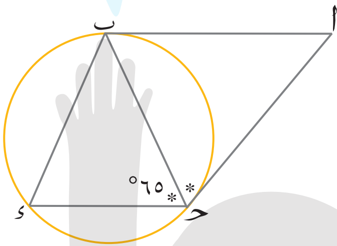
ا ب ، ا حـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، حـ ب ينصف ∠ ا حـ ء

، ق (∠ ب حـ ء) = ٦٥°

أوجد بالبرهان:

ق (∠ ا) ، ق (∠ ء)



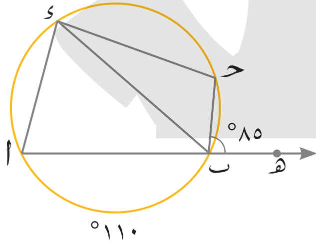
٥ **أ** فى الشكل المقابل :

هـ ∈ ا ب ، هـ ∉ ا ب

، ق (ا ب) = ١١٠° ، ق (∠ حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد بالبرهان : (أ) ق (∠ ا ء ب)

(ب) ق (∠ ب ء حـ)



ب فى الشكل المقابل :

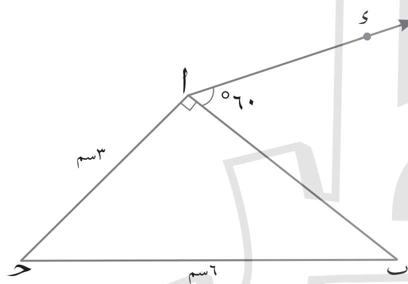
ا ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ا

، ا حـ = ٣سم ، ب حـ = ٦سم

، ق (∠ ء ا ب) = ٦٠°

أثبت أن :

ا ء مماس للدائرة التى تمر برءوس المثلث ا ب حـ



١٠- محافظة كفر الشيخ

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ أ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى .... °

أ ٣٦٠   ب ١٨٠   جـ ١٢٠   د ٩٠

(ب) ا ب حـ مثلث فيه (ا حـ)^2 > (ا ب)^2 + (ب حـ)^2

فإن : ∠ ا ب حـ تكون ....

أ منفرجة   ب حادة   جـ قائمة   د مستقيمة

(جـ) م ، ﻫ دائرتان متقاطعتان فى نقطتين طولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٥سم

فإن : م ﻫ ∈ ....

أ]٨ ، ∞[ب]٢ ، ∞[جـ]٠ ، ٢[د]٢ ، ٨[

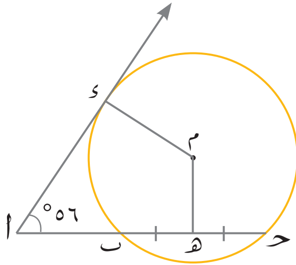
ب فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{ا ء}}$ مماس للدائرة م عند ء

، $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ يقطع الدائرة م عند ب ، حـ

، ق (∠ ا) = ٥٦° ، ﻫ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م ﻫ)



٢ أ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

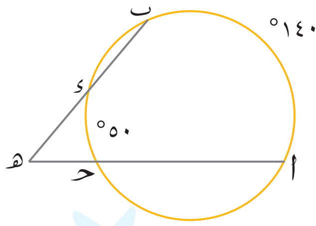
(أ) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى ....

أ ٤٥°   ب ١٢٠°   جـ ٩٠°   د ١٨٠°

(ب) مكعب مساحته الجانبية ٣٦ سم^2 فإن مساحته الكلية = ... سم^2.

أ ١٨   ب ٥٤   جـ ٨١   د ٢١٦

(جـ) فى الشكل المقابل :



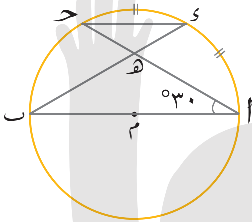
و (أب⌒) = ١٤٠°

، و (حـ ء⌒) = ٥٠°

فإن : و (∠ هـ) = ...

أ ٤٥° ب ١٢٠° جـ ٩٥° د ٥٥°

ب فى الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م ، و (∠ حـ أ ب) = ٣٠°

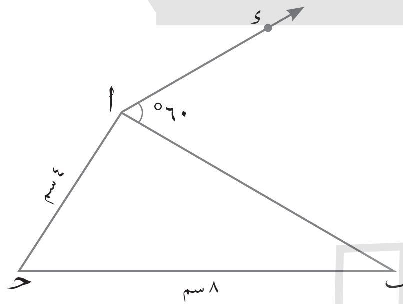
، ء منتصف أحـ⌒ ، ء ب ∩ أحـ = {هـ}

(أ) أوجد : و (أ ء⌒)

(ب) أثبت أن : أب // حـ ء

٣ أ دائرتان متحدتا المركز م ، رسم الوتران أب ، أحـ فى الدائرة الكبرى ويمسان الدائرة الصغرى عند س ، ص أثبت أن : أب = أحـ

ب فى الشكل المقابل :



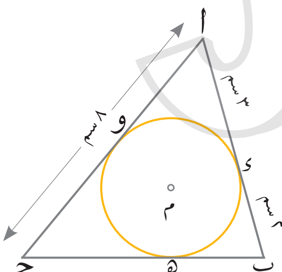
أ ب حـ مثلث فيه : و (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، ب حـ = ٨سم ، أحـ = ٤ سم

، و (∠ ب أ ء) = ٦٠°

أثبت أن : أء مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، حـ

٤ أ فى الشكل المقابل :



م دائرة داخلة للمثلث أ ب حـ تمس أضلاعه عند ء ، هـ ، و

إذا كان : ب ء = ٢سم ، أ ء = ٣سم ، أ حـ = ٨سم

فأوجد بالبرهان :

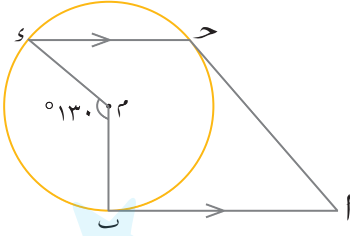
طول ب حـ

ب في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م ، $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$

، ق (∠ ب م ء) = ١٣٠°

أوجد : ق (∠ أ)



٥ أ اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعي دائريًّا .

ب في الشكل المقابل :

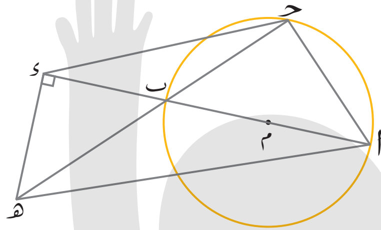
$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ء ∈ $\overleftarrow{أب}$

، رُسم $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overleftarrow{أب}$

، حـ ∈ $\frown{أب}$ حيث $\overleftarrow{حـ ب}$ ∩ $\overleftarrow{ءهـ}$ = {هـ}

(أ) أوجد : ق (∠ أ حـ ب)

(ب) أثبت أن : الشكل أ حـ ء هـ رباعي دائري .



١١- محافظة الشرقية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوي ....

أ صفرًا ب ١ جـ ٢ د ٣

(ب) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل فإذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ٣سم ، طول نصف قطر الدائرة ن = ١ سم فإن : م ن = ... سم .

أ ١ ب ٤ جـ ٣ د ٢

(جـ) إذا كان : أ ب حـ ء شكلًا رباعيًّا دائريًّا ، وكان : ق (∠ أ) = ٧٠°

فإن : ق (∠ حـ) .... °

أ ١٤٠ ب ١١٠ جـ ١٠٠ د ٧٠

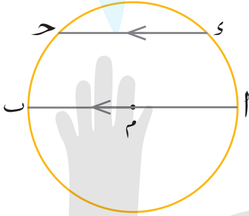
(د) دائرة مركزها م وطول قطرها ٦ سم ، أ نقطة فى مستوى الدائرة

فإذا كان : م أ = ٣سم فإن : أ تقع ....

أ داخل الدائرة   ب خارج الدائرة

جـ على الدائرة   د فى مركز الدائرة

(هـ) فى الشكل المقابل :



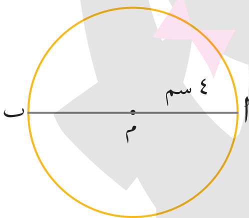
م دائرة ، ق (⌒بجـ) = ٥٠°

، ءجـ // أب

فإن : ق (⌒ءجـ) = ... °

أ ١٠٠   ب ٦٠   جـ ١٢٠   د ٨٠

(و) فى الشكل المقابل :



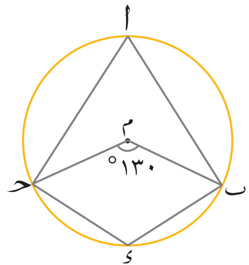
م دائرة ، أب قطر فيها ، م أ = ٤سم

فإن : طول ⌒أب = ... سم .

أ ٢ π ب ٤ π

جـ ٨ π د ٦ π

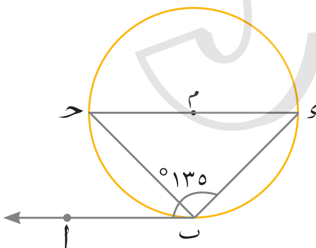
٢ أ فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م فيها : ق (∠ ب م جـ) = ١٣٠°

أوجد : (أ) ق (∠ أ)   (ب) ق (∠ ء)

ب فى الشكل المقابل :



ءجـ قطر فى الدائرة التى مركزها م

، ب أ مماس للدائرة م

عند نقطة ب ، ق (∠ أ ب ء) = ١٣٥°

أثبت أن : ءجـ // أب

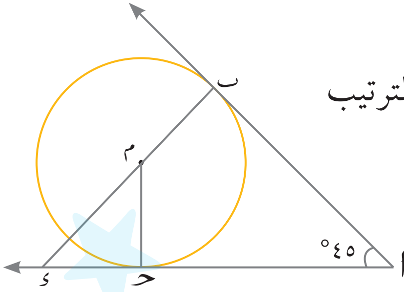
٣ أ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{اب}}$ ، $\overleftarrow{\text{احـ}}$ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ على الترتيب

، ق (∠ ا) = ٤٥° ، $\overleftarrow{\text{ب م}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{احـ}}$ = { ء }

أثبت أن : (أ) الشكل ا ب م حـ رباعى دائرى

(ب) حـ ء = حـ م



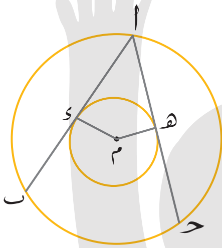
ب في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{\text{احـ}}$ ، $\overline{\text{اب}}$ قطعتان

مماستان للدائرة الصغرى في هـ ، ء

وتقطعان الدائرة الكبرى في حـ ، ب على الترتيب

أثبت أن : ا حـ = ا ب



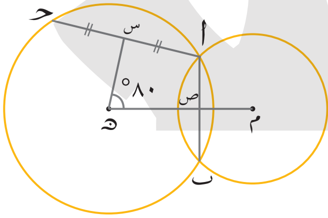
٤ أ في الشكل المقابل :

م ، هـ دائرتان متقاطعتان في ا ، ب

، $\overline{\text{م هـ}}$ ∩ $\overline{\text{اب}}$ = { ص }

، ق (∠ ص هـ س) = ٨٠° ، س منتصف $\overline{\text{احـ}}$

أوجد : ق (∠ ب ا حـ)

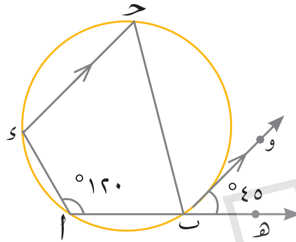


ب في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{ب و}}$ // $\overleftarrow{\text{ء حـ}}$

، ق (∠ ء ا ب) = ١٢٠°

، ق (∠ و ب هـ) = ٤٥°   أوجد: ق (∠ حـ ء ا)

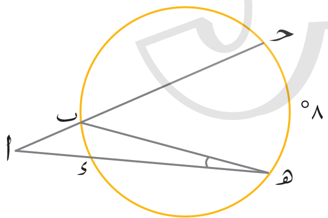


٥ أ في الشكل المقابل :

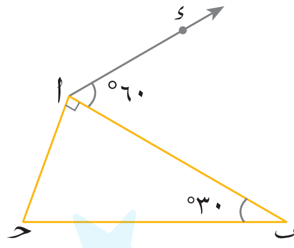
$\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{هـ ء}}$ = { ا }

، ق (∠ ب هـ ء) = ١٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{هـ حـ}}$) = ٨٠°

أوجد : ق (∠ ا)



ب فى الشكل المقابل :



Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ا

، ق (∠ ء ا ب) = ٦٠° ، ق (∠ ب) = ٣٠°

أثبت أن : $\overleftarrow{اء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، ب ، حـ

١٢- محافظة الإسماعيلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) أكبر الأوتار طولًا فى الدائرة يسمى ....

أ مماسًا ب قاطعًا جـ قطرًا د قوسًا

(ب) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧سم ، ١٠ سم

فإن : م ن = ... سم .

أ ١ ب ٣ جـ ٧ د ١٧

(جـ) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

أ حادة ب منفرجة جـ مستقيمة د قائمة

(د) طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى

.... طول الوتر .

أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ جـ $\sqrt{٢}$ د ٢

(هـ) ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه : ق (∠ا) = ٧٠° فإن :ق (∠ حـ) = ...°

أ ٢٠ ب ٢٥ جـ ١٠ د ١١٠

(و) عدد المستطيلات فى الشكل المقابل يساوى ....



أ ٤ ب ٥

جـ ٦ د ٧

٢ أ في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م

ق (∠ ب م ء) = ١٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ)

ب في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعي فيه : ا ب = ا ء

، ق (∠ ا ب ء) = ٣٠°

، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل ا ب حـ ء رباعي دائري

---

٣ أ في الشكل المقابل :

ا ب قطر في الدائرة م ، ق (∠ حـ ا ب) = ٣٠°

، ق (ا ء) = ق (ء حـ)

(أ) أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ ء ب)

(ب) أثبت أن : ء حـ // ا ب

ب في الشكل المقابل :

ا ء مماس للدائرة م ، ا حـ تقطع الدائرة م في ب ، حـ

، هـ منتصف ب حـ ، ق (∠ ا) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

---

٤ أ في الشكل المقابل :

ا ب ، ب حـ ، ا حـ مماسات للدائرة م

عند س ، ص ، ع على الترتيب

فإذا كان : ا حـ = ١٠ سم ، ا س = ٦ سم

، محيط Δ ا ب حـ = ٢٤ سم فأوجد : طول ا ب

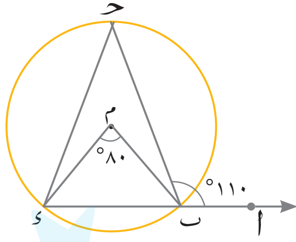
ب في الشكل المقابل :

م دائرة فيها ق (∠ ب م ى) = ٨٠°

، ق (∠ أ ب حـ) = ١١٠°

(أ) أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ ى ب)

(ب) أثبت أن : حـ ب = حـ ى



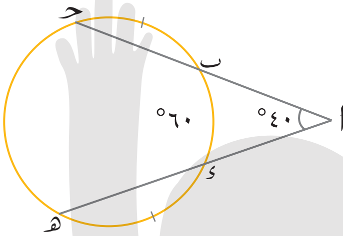
٥ أ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (ب ى) = ٦٠°

، ق (ب حـ) = ق (ى هـ)

أوجد : (أ) ق (هـ حـ)

(ب) ق (ب حـ)



ب في الشكل المقابل :

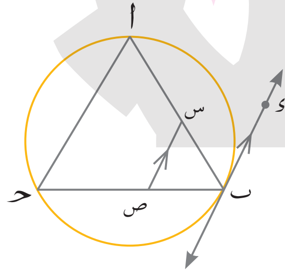
أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، ب ى مماس للدائرة عند ب

، س ∈ أ ب ، ص ∈ ب حـ

حيث س ص // ب ى

أثبت أن : الشكل أ س ص حـ رباعى دائرى



١٣- محافظة بورسعيد

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) دائرة طول نصف قطرها ٧سم فإن محيطها = ... سم .

أ ٧ π ب ٩ π جـ ١٤ π د ٤٩ π

(ب) يمكن رسم دائرة تمر برءوس ....

أ مستطيل ب معين جـ شبه منحرف د متوازى أضلاع

(جـ) فى الشكل المقابل :

و(⌒أحـ) = ٥٠° ، و(⌒ب ء) = ١١٠°

فإن : و (∠ هـ) = ... °

أ ٦٠ ب ٥٠

جـ ٤٠ د ٣٠

(د) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

أ حادة ب قائمة جـ منفرجة د مستقيمة

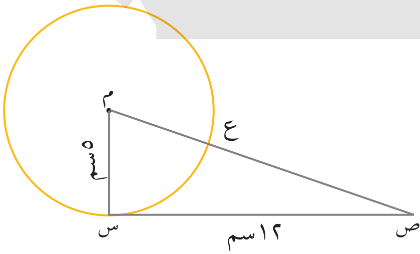
(هـ) إذا كان طول قطر دائرة ٨سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن المستقيم ل يكون .... للدائرة .

أ قاطعًا ب خارج جـ مماسًّا د محور تماثل

(و) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين هو ....

أ ٤ ب ٣ جـ ٢ د ١

٢ أ فى الشكل المقابل :



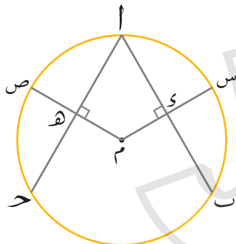
دائرة م ، $\overline{\text{س ص}}$ قطعة مماسة عند س

، $\overline{\text{م س}}$ نصف القطر

، م س = ٥سم ، س ص = ١٢ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ص ع}}$

ب فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن : س ء = ص هـ

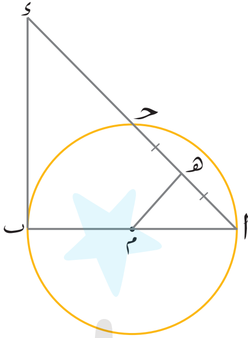
٣ أ اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعى دائريًّا .

ب فى الشكل المقابل :

ا ب قطر فى الدائرة م

، ه منتصف ا حـ ، ب ى مماسة للدائرة عند ب

برهن أن : الشكل ه م ب ى رباعى دائرى.



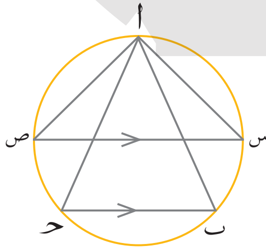
٤ أ فى الشكل المقابل :

ا نقطة خارج الدائرة م

، ا ب مماس للدائرة عند ب

، ا م قطع الدائرة فى حـ ، ى على الترتيب ، ق (∠ ا) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب ى حـ)

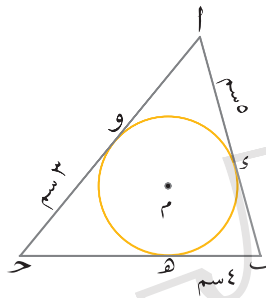


ب فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، س ص // ب حـ

أثبت أن : ق (∠ س ا حـ) = ق (∠ ب ا ص)



٥ أ فى الشكل المقابل :

المثلث ا ب حـ مرسوم خارج الدائرة

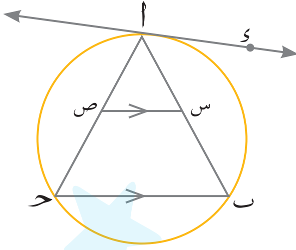
تمس أضلاعه ا ب ، ب حـ ، ا حـ

فى ى ، ه ، و على الترتيب

، ا ى = ٥ سم ، ب ه = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

أوجد : محيط Δ ا ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{\text{اء}}$ مماس للدائرة عند ا

، س ∈ $\overline{\text{اب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{احـ}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{اء}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص

١٤- محافظة جنوب سيناء

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى .... °

(أ) ٤٥ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٨٠

(ب) الزاوية المماسية تكون محصورة بين ....

(أ) وترين (ب) مماسين (جـ) وتر ومماس (د) وتر وقطر

(جـ) ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، ق (∠ ا) = ١٢٠° فإن : ق (∠ حـ) = ... °

(أ) ٦٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

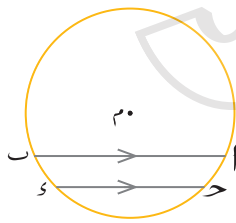
(د) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما على الترتيب ٥ سم ، ٩ سم فإن : م ن = ... سم .

(أ) ١٤ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

(هـ) عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) عدد غير منته (د) ٣

(و) فى الشكل المقابل :



دائرة مركزها م فيها: $\overline{\text{اب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ فإن : ....

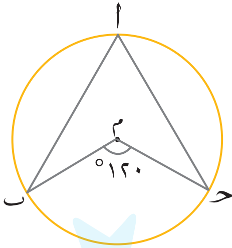
(أ) ق (⌒احـ) = ق (⌒ب ء) (ب) ا ب = حـ ء

(جـ) $\overline{\text{احـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$ (د) ق (⌒احـ) > ق (⌒ب ء)

٢ **أ** فى الشكل المقابل :

ق (∠ حـ م ب) = ١٢٠°

أوجد : ق (∠ ب ا حـ)



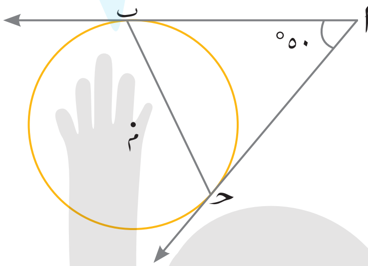
ب فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{اب}$ ، $\overleftarrow{احـ}$ مماسان للدائرة م

ق (∠ ب ا حـ) = ٥٠°

أوجد: (أ) ق (∠ ا ب حـ)

(ب) ق (∠ ا حـ ب)



٣ **أ** فى الشكل المقابل :

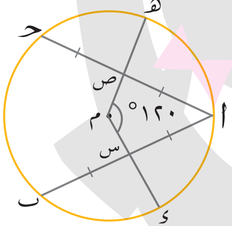
$\overline{اب}$ ، $\overline{احـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف $\overline{اب}$ ، ص منتصف $\overline{احـ}$

ق (∠ هـ م ى) = ١٢٠°

(أ) أوجد : ق (∠ ب ا حـ)

(ب) أثبت أن : ى س = هـ ص

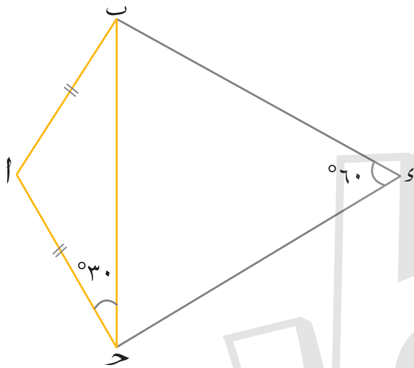


ب فى الشكل المقابل :

اب = احـ ، ق (∠ ب ى حـ) = ٦٠°

، ق (∠ ا حـ ب) = ٣٠°

أثبت أن : ا ب ى حـ رباعى دائرى

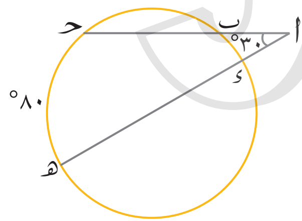


٤ **أ** فى الشكل المقابل :

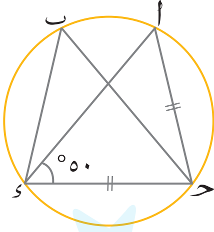
ق ($\frown{حـ هـ}$) = ٨٠°

، ق (∠ حـ ا هـ) = ٣٠°

أوجد : ق ($\frown{ب ى}$)



(ب) فى الشكل المقابل :

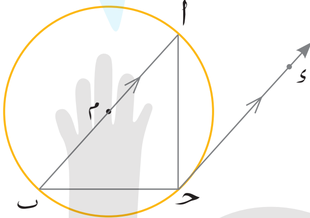


احـ = حـ ء

، ق (∠ ء ا حـ) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ حـ ب ء)

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

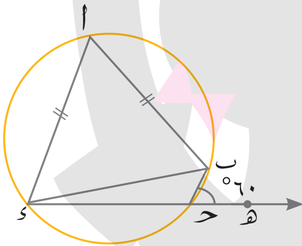


ا ب قطر فى الدائرة م

، حـ ء مماس للدائرة عند حـ ، حـ ء // ا ب

أوجد : ق (∠ ا ب حـ) بالدرجات .

(ب) فى الشكل المقابل :



ا ب = ا ء ، هـ ∈ ء حـ

، ق (∠ ب حـ هـ) = ٦٠°

أثبت أن : المثلث ا ب ء متساوى الأضلاع .

١٥- محافظة بنى سويف

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى .... °

(أ) ٥٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

(ب) الزاوية التى قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها .... °

(أ) ٣١٠ (ب) ١٣٠ (جـ) ٥٠ (د) ٤٠

(جـ) م ، ه دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٢ سم

فإن : م ه = ... سم .

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٩

(د) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

أ ٣ ب ٢ جـ ١ د صفرًا

(هـ) معين مساحة سطحه ٣٠ سم² وطول أحد قطريه ١٢ سم فإن : طول القطر الآخر .... سم .

أ ٥ ب ١٢ جـ ١٨ د ٢١

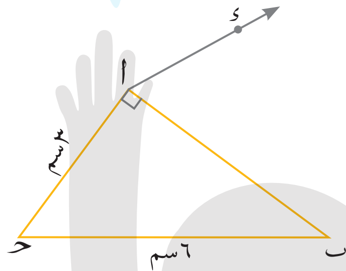
(و) فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{أ ى}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ ا ب حـ

فإن : ق (∠ ى ا ب) = ... °

أ ٣٠ ب ٤٥

جـ ٦٠ د ٩٠



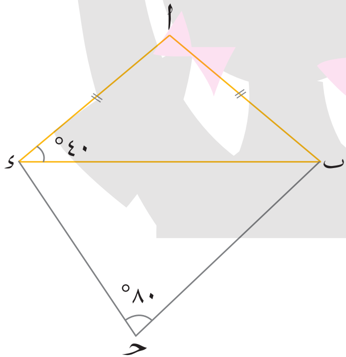
٢ أ فى الشكل المقابل :

ا ب = ا ى ، ق (∠ ا ى ب) = ٤٠°

، ق (∠ ب حـ ى) = ٨٠°

أثبت أن :

الشكل ا ب حـ ى رباعى دائرى

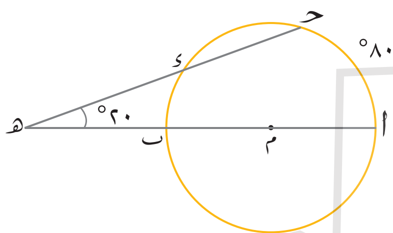


ب فى الشكل المقابل :

$\overline{ا ب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftarrow{ا ب}$ ∩ $\overleftarrow{حـ ى}$ = { هـ }

، ق ($\overset{\frown}{ا حـ}$) = ٨٠° ، ق (∠ ا هـ حـ) = ٢٠°

أوجد : ق ($\overset{\frown}{ى حـ}$)



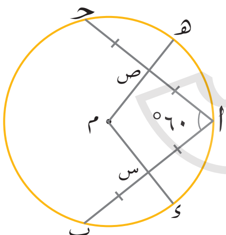
٣ أ فى الشكل المقابل :

$\overline{ا ب}$ ، $\overline{ا حـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م

، س منتصف $\overline{ا ب}$ ، ص منتصف $\overline{ا حـ}$

ق (∠ حـ ا ب) = ٦٠°

(أ) أوجد : ق (∠ ى م هـ) (ب) أثبت أن : س ى = ص هـ

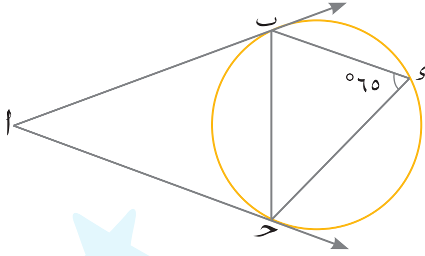


ب فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{اب}$ ، $\overleftarrow{اجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

، ق (∠ ب ء جـ) = ٦٥°

أوجد : ق (∠ ب ا جـ)



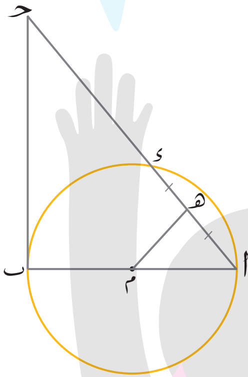
٤ **أ** فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{بجـ}$ مماسة لها عند ب

، هـ منتصف $\overline{اء}$

أثبت أن : الشكل هـ م ب جـ رباعى دائرى .

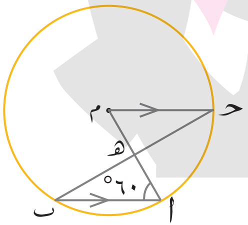


ب فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ وتر فى الدائرة م ، $\overline{مجـ}$ // $\overline{اب}$

، $\overline{بجـ}$ ∩ $\overline{ام}$ = {هـ} ، ق (∠ ا) = ٦٠°

أوجد : ق (∠ ب)

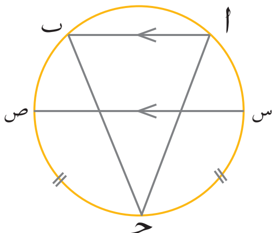


٥ **أ** فى الشكل المقابل :

$\overline{اب}$ ، $\overline{س ص}$ وتران متوازيان فى الدائرة

، ق ($\frown{س جـ}$) = ق ($\frown{ص جـ}$)

أثبت أن : ا جـ = ب جـ



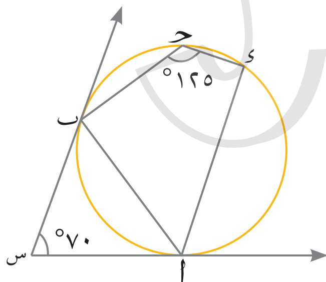
ب فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{س ا}$ ، $\overleftarrow{س ب}$ مماسان للدائرة عند ا ، ب

، ق (∠ ا س ب) = ٧٠°

، ق (∠ ء جـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن : $\overleftarrow{اب}$ ينصف ∠ ء ا س



١٦- محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨سم تساوى .... سم٢.

أ ٢ ب ١٤ جـ ٢٤ د ٤٨

(ب) قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس .

أ نصف ب ضعف جـ ربع د ثلث

(جـ) ∠ ا ، ∠ ب زاويتان متتامتان ، فإذا كان : ق (∠ ا) = ٤٠°

فإن : ق (∠ ب) = ... °

أ ٣٦٠ ب ١٤٠ جـ ٦٠ د ٥٠

(د) إذا كانت الدائرتان م ، ﻫ متماستين من الخارج وطولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٥سم

فإن : م ﻫ = ... سم .

أ ٣ ب ٥ جـ ٨ د ٢

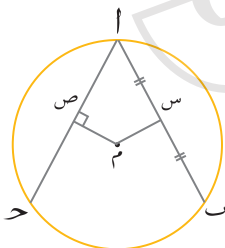
(ﻫ) إذا كان : ا ب حـ ء شكلًا رباعيًّا دائريًّا فإن : ق (∠ ب ا حـ) = ق (∠ ....)

أ ب حـ ا ب ء ب ا جـ ب ء حـ د ا حـ ء

(و) Δ ا ب حـ فيه : (ا حـ)٢ > (ا ب)٢ + (ب حـ)٢ فإن : زاوية ب تكون ....

أ حادة ب منفرجة جـ قائمة د مستقيمة

٢ أ فى الشكل المقابل :



ا ب = ا حـ ، س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{م ص}} \perp \overline{\text{ا حـ}}$

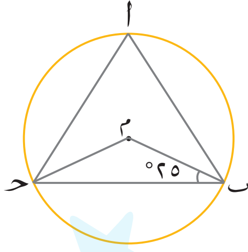
أثبت أن : م س = م ص

ب في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

و ق (∠ م ب حـ) = ٢٥°

أوجد : ق (∠ ب ا حـ)

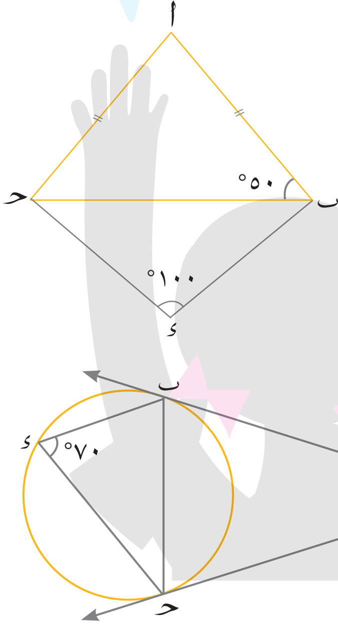


٣ أ في الشكل المقابل :

ا ب = ا حـ ، ق (∠ ى) = ١٠٠°

، ق (∠ ا ب حـ) = ٥٠°

أثبت أن : ا ب ى حـ رباعي دائرى



ب في الشكل المقابل :

ا ب ، ا حـ مماسان للدائرة

عند ب ، حـ

، ق (∠ ى) = ٧٠°

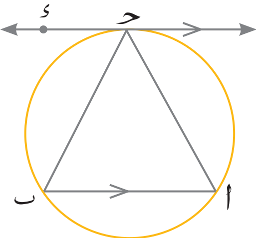
أوجد : ق (∠ ا)

٤ أ في الشكل المقابل :

حـ ى مماس للدائرة عند حـ ، حـ ى // ا ب

أثبت أن :

ا حـ = ب حـ



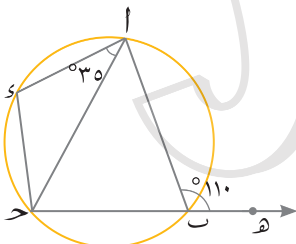
ب في الشكل المقابل :

ق (∠ ا ب هـ) = ١١٠°

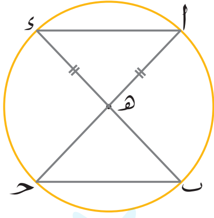
، ق (∠ حـ ا ى) = ٣٥°

أثبت أن :

ق (ا ى⌒) = ق (ى حـ⌒)



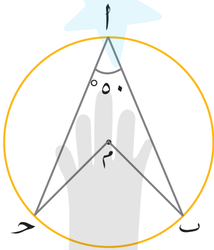
٥ **أ** فى الشكل المقابل :



هـ ا = هـ ء

أثبت أن : هـ ب = هـ حـ

ب فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا حـ}}$ وتران فى دائرة

، ق (∠ ا) = ٥٠°

أوجد : ق (∠ ب م حـ) المنعكسة .

١٧- محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) معين طولا قطريه ٣سم ، ٤سم فإن مساحته .... سم٢ .

أ ٤٨ ب ٢٤ جـ ١٢ د ٦

(ب) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

أ حادة ب منفرجة جـ قائمة د مستقيمة

(جـ) إذا كان : Δ ا ب حـ ~ Δ س ص ع ، ق (∠ ا) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠°

فإن : ق (∠ ع) =................ °

أ ١١٠ ب ٧٠ جـ ٦٠ د ٥٠

(د) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٥سم

فإن : م ن = ... سم .

أ ٢ ب ٣ جـ ٦ د ٨

(هـ) إذا كانت النسبة بين محيطى مربعين ١ : ٣ فإن النسبة بين مساحتيهما ....

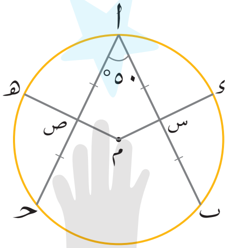
أ ١ : ٣ ب ٣ : ١ جـ ٩ : ١ د ١ : ٩

(و) إذا كان : ا ب حـ ء شكلًا رباعيًا دائريًا

فإن : ق (∠ ا) + ق (∠ حـ) − ٨٠° = ... °

أ ٦٠ ب ٨٠ جـ ١٠٠ د ١٨٠

٢ أ في الشكل المقابل :



ا ب ، ا حـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

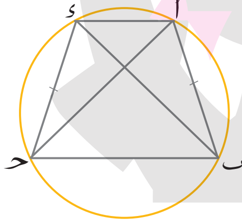
، س منتصف ا ب ، ص منتصف ا حـ

ق (∠ حـ ا ب) = ٥٠°

(أ) أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)

(ب) أثبت أن : س ء = ص هـ

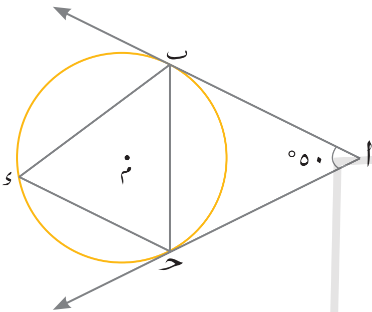
ب في الشكل المقابل :



ا ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة فيه ا ب = ء حـ

أثبت أن : ا حـ = ب ء

٣ أ في الشكل المقابل :

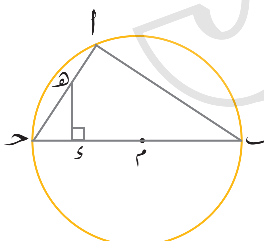


ا ب ، ا حـ مماسان للدائرة م عند ب ، حـ

، ق (∠ ا) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب ء حـ)

ب في الشكل المقابل :



ب حـ قطر في الدائرة م ، هـ ء ⊥ ب حـ

أثبت أن :

(أ) الشكل ا ب ء هـ رباعي دائري .

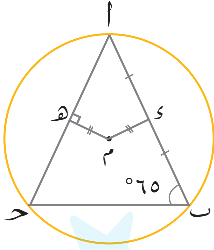
(ب) ق (∠ حـ هـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ ا حـ)

٤ أ في الشكل المقابل :

م دائرة ، م ى = م هـ ، ى منتصف $\overline{\text{اب}}$

، $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{اح}}$ ، ق (∠ ا ب ح) = ٦٥°

أوجد بالبرهان: ق (∠ ب ا ح)



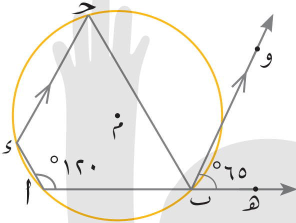
ب في الشكل المقابل :

ا ب ح ى شكل رباعى مرسوم داخل دائرة م

$\overrightarrow{\text{ب و}}$ // $\overline{\text{ى ح}}$ ، ق (∠ هـ ب و) = ٦٥°

، ق (∠ ب ا ى) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ا ى ح)

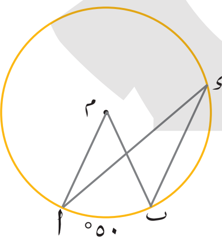


٥ أ في الشكل المقابل :

ق ($\overset{\frown}{\text{ا ب}}$) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : (أ) ق (∠ ا ى ب)

(ب) ق ($\overset{\frown}{\text{ا ى ب}}$)



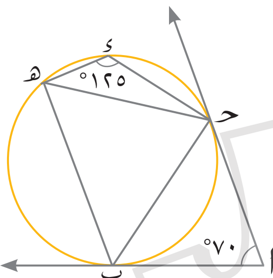
ب في الشكل المقابل :

$\overrightarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ا ح}}$ مماسان للدائرة عند ب ، ح على الترتيب

، ق (∠ ا) = ٧٠° ، ق (∠ ح ى هـ) = ١٢٥°

أثبت أن : (أ) ح ب = ح هـ

(ب) $\overrightarrow{\text{ب ح}}$ ينصف ∠ ا ب هـ



١٨- محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين ....

أ متساويتان فى القياس　　ب متكاملتان

جـ متبادلتان　　د متتامتان

(ب) طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر .

أ $\frac{١}{٢}$　　ب $\frac{١}{٣}$　　جـ $\frac{١}{٤}$　　د ٢

(جـ) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون ....

أ حادة　　ب مستقيمة　　جـ قائمة　　د منفرجة

(د) معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨سم فإن : مساحته .... سم٢ .

أ ٤٨　　ب ٢٤　　جـ ١٤　　د ١٢

(هـ) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .... °

أ ٦٠　　ب ١٠٨　　جـ ١٢٠　　د ١٣٥

(و) عدد الدوائر المارة بثلاث نقط على استقامة واحدة هو ....

أ لا نهائى　　ب اثنان　　جـ واحد　　د صفر

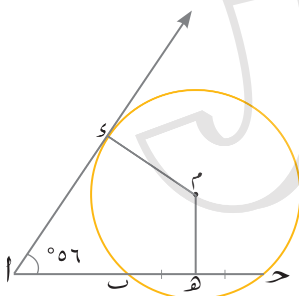
٢ أ فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{اء}$ مماس للدائرة م ، $\overleftarrow{احـ}$ يقطع الدائرة م فى ب ، حـ

، ق (∠ ا) = ٥٦°

، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء م هـ)



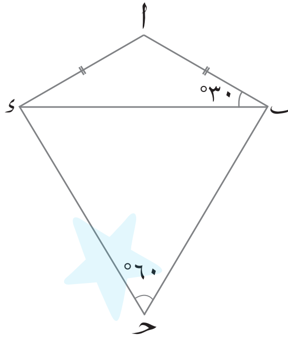
ب في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى فيه : ا ب = ا ء

، ق (∠ ا ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ حـ) = ٦٠°

أثبت أن :

الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى .



٣ أ في الشكل المقابل :

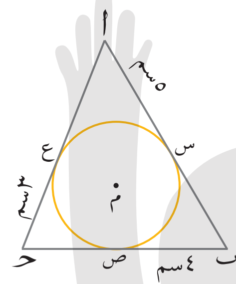
المثلث ا ب حـ مرسوم خارج الدائرة م

التى تمس أضلاعه ا ب ، ب حـ ، ا حـ

فى س ، ص ، ع على الترتيب

فإذا كان : ا س = ٥ سم ، ب ص = ٤ سم ، حـ ع = ٣ سم

فأوجد : محيط المثلث ا ب حـ

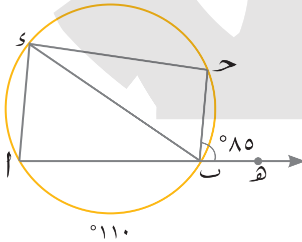


ب في الشكل المقابل :

هـ ∈ ا ب ، هـ ∉ ا ب ، ق (ا ب) = ١١٠°

، ق (∠ حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد : ق (∠ ب ء حـ)

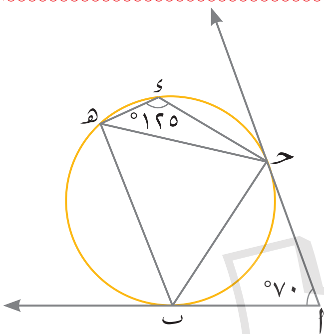


٤ أ في الشكل المقابل :

ا ب ، ا حـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ على الترتيب

، ق (∠ ا) = ٧٠° ، ق (∠ حـ ء هـ) = ١٢٥°

أثبت أن : حـ ب = حـ هـ



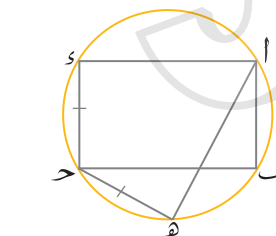
ب في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

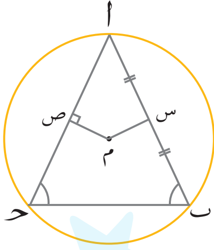
، رسم الوتر حـ هـ

بحيث حـ هـ = حـ ء

أثبت أن : ا هـ = ب حـ



٥ أ فى الشكل المقابل :



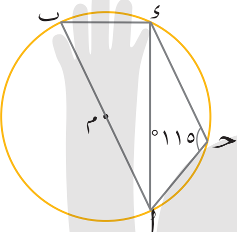
ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

فيه ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

، س منتصف $\overline{اب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{احـ}$

أثبت أن : م س = م ص

ب فى الشكل المقابل :



$\overline{اب}$ قطر فى الدائرة م

، ق (∠ ا حـ ء) = ١١٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء ا ب)

١٩- محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) طول نصف الدائرة يساوى ....

أ π نق   ب ١٨٠°   جـ $\frac{١}{٢}$ π نق   د ٢ π نق

(ب) مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوى ....°

أ ١٨٠   ب ٣٦٠   جـ ٥٤٠   د ٧٢٠

(جـ) .... هو معين إحدى زواياه قائمة .

أ المستطيل   ب المربع

جـ متوازى الأضلاع   د شبه المنحرف

(د) قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس .

أ $\frac{١}{٢}$ ب ٢   جـ $\frac{١}{٣}$ د $\frac{١}{٤}$

(هـ) قياس الزاوية الخارجة عند رأس المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .... °

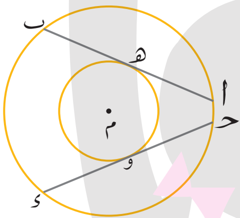
أ ٩٠   ب ١٨٠   جـ ١٢٠   د ٦٠

(و) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوى ....

أ ١   ب ٢   جـ ٣   د ٤

٢ أ ارسم $\overline{اب}$ حيث اب = ٥سم ، ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب يكون طول نصف قطرها ٣سم باستخدام أدواتك الهندسية ، كم عدد الدوائر ؟ (لا تمح الأقواس)

ب فى الشكل المقابل :

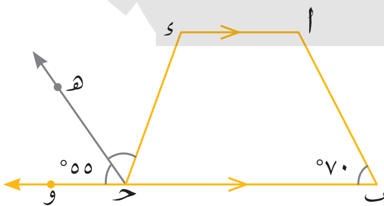


دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{اب}$ ، $\overline{حـ ى}$

وتران فى الدائرة الكبرى يمسان الصغرى عند هـ ، و

برهن أن : اب = حـ ى

٣ أ فى الشكل المقابل :



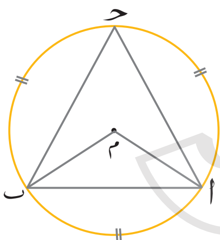
$\overline{اى}$ // $\overleftarrow{ب حـ}$

، و ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overleftarrow{حـ هـ}$ ينصف ∠ ى حـ و

، ق (∠ ب) = ٧٠° ، ق (∠ هـ حـ و) = ٥٥°

أثبت أن : الشكل ا ب حـ ى رباعى دائرى

ب فى الشكل المقابل :



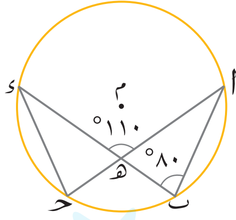
ا ، ب ، حـ ثلاث نقط تقع على الدائرة م

بحيث ق ($\frown{اب}$) = ق ($\frown{ب حـ}$) = ق ($\frown{ا حـ}$)

(أ) أوجد بالبرهان : ق (∠ ا ب م)

(ب) أثبت أن : Δ ا ب حـ متساوى الأضلاع

٤ أ في الشكل المقابل :



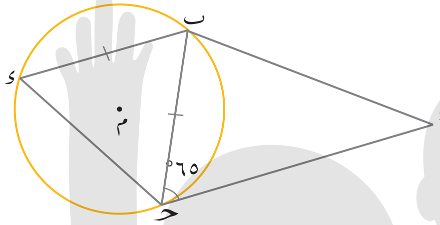
$\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ وتران فى الدائرة م

، $\overline{\text{أ حـ}} \cap \overline{\text{ب ء}} = \{\text{هـ}\}$

، ق (∠ أ هـ ء) = ١١٠° ، ق (∠ ب) = ٨٠°

أوجد بالبرهان : ق (⌒ أ ء) ، ق (∠ ء)

ب في الشكل المقابل :



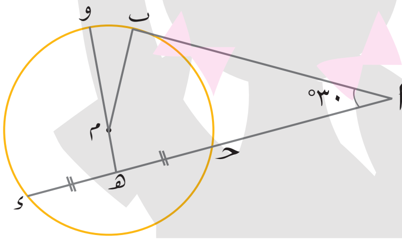
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

، ق (∠ ب أ حـ) = ٦٥° ، ب حـ = ب ء

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ) ، ق (∠ ء)

---

٥ أ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ مماسة للدائرة عند ب

، $\overline{\text{ء حـ}}$ وتر فى الدائرة م

، $\overleftarrow{\text{ء حـ}} \cap \overleftarrow{\text{ب أ}} = \{\text{أ}\}$

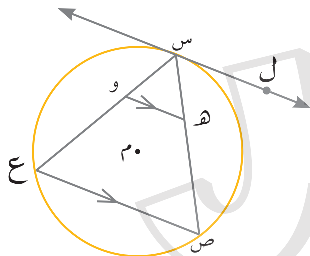
، هـ منتصف ء حـ ، $\overleftarrow{\text{هـ م}} \cap$ الدائرة م = { و }

، ق (∠ أ) = ٣٠°

(أ) أثبت أن : الشكل أ ب م هـ رباعى دائرى

(ب) أوجد : ق (⌒ ب و)

ب في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{ل س}}$ مماس للدائرة عند س

، $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$

حيث $\overline{\text{ص ع}}$ وتر فى الدائرة م

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{س ل}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط س ، هـ ، و

٢٠- محافظة الأقصر

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) دائرة طول قطرها ٨سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٤سم فإن : ل يكون .... للدائرة .

أ قاطعًا　ب مماسًّا
جـ خارجًا　د محور تماثل

(ب) قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى ربع دائرة يساوى ....

أ ٤٥°　ب ٩٠°　جـ ١٢٠°　د ١٣٥°

(جـ) المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة يكونان ....

أ متوازيين　ب متعامدين　جـ متقاطعين　د منطبقين

(د) مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى ....

أ ٦٣٠°　ب ٣٦٠°　جـ ٦٠٣°　د ٣٠٦°

(هـ) مربع مساحته ٢٥ سم² يكون محيطه .... سم .

أ ٥　ب ١٠　جـ ١٥　د ٢٠

(و) مكملة الزاوية التى قياسها ٦٠° هى زاوية قياسها .... °

أ ٣٠　ب ٩٠　جـ ١٢٠　د ١٨٠

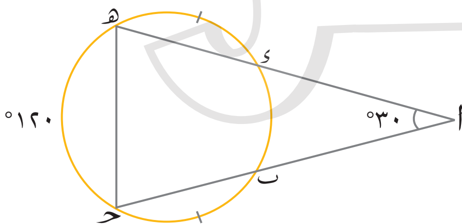
٢ أ فى الشكل المقابل :

ق ($\angle$ أ) = ٣٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{جـ هـ}}$) = ١٢٠°

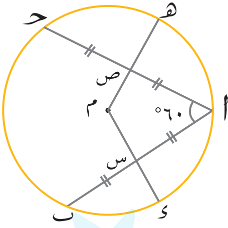
، ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ء هـ}}$)

(أ) أوجد : ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) الأصغر

(ب) أثبت أن : أ ب = أ ء



ب في الشكل المقابل :



ا ب = ا حـ ، س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ا حـ}}$

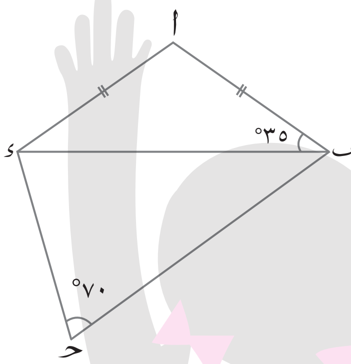
، ق (∠ ا) = ٦٠° ، م مركز الدائرة

(أ) أوجد : ق (∠ ء م ﻫ)

(ب) أثبت أن : س ء = ص ﻫ

---

٣ أ في الشكل المقابل :

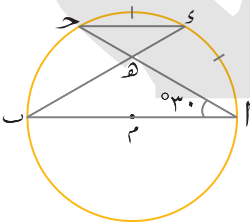


ا ب حـ ء شكل رباعي فيه : ا ب = ا ء

، ق (∠ ا ب ء) = ٣٥° ، ق (∠ حـ) = ٧٠°

أثبت أن : الشكل ا ب حـ ء رباعي دائري

ب في الشكل المقابل :



$\overline{\text{ا ب}}$ قطر في الدائرة م

، ق (∠ حـ ا ب) = ٣٠°

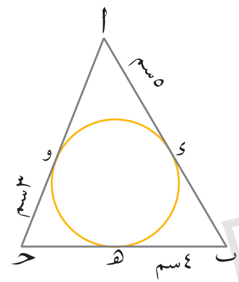
، ء منتصف $\overset{\frown}{\text{ا حـ}}$

أوجد : (أ) ق (∠ ب ء حـ)

(ب) ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$)

---

٤ أ في الشكل المقابل :



Δ ا ب حـ مرسوم خارج دائرة تمس أضلاعه

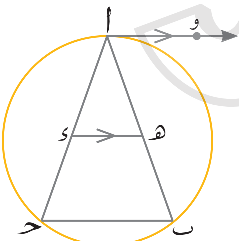
$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ا حـ}}$

في ء ، ﻫ ، و على الترتيب

فإذا كان : ا ء = ٥ سم ، ب ﻫ = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

فأوجد : محيط Δ ا ب حـ

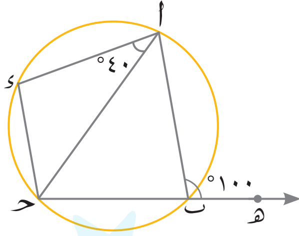
ب في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{ا و}}$ مماس للدائرة عند ا ، $\overleftarrow{\text{ا و}}$ // $\overline{\text{ء ﻫ}}$

برهن أن : الشكل ء ﻫ ب حـ رباعي دائري

٥ أ في الشكل المقابل :



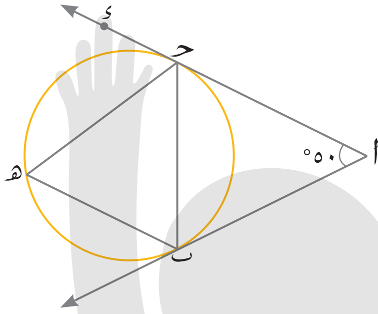
أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة

، ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق (⌒أ ء) = ق (⌒حـ ء)

ب في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ حـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ أ) = ٥٠°

أوجد بالبرهان :

ق (∠ ب هـ حـ)

٢١- محافظة أسوان

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) مساحة المربع الذى طول ضلعه ٤سم تساوى .... سم٢.

أ ١٢ ب ٢٤ جـ ٣٦ د ٦٠

(ب) م ، ن دائرتان متماستان من الخارج طولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٥سم

فإن : م ن = ... سم .

أ ٥ ب ٨ جـ ٢ د ٣

(جـ) الزاوية التى قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها ....°

أ ٤٠ ب ٦٠ جـ ٩٠ د ١٨٠

(د) أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى ، فإذا كان : ق (∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ حـ)

فإن : ق (∠ أ) = ...°

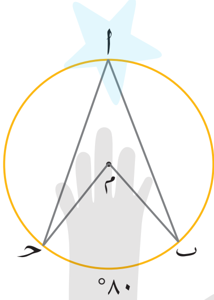
أ ٩٠ ب ٨٠ جـ ٦٠ د ٥٠

(هـ) فى Δ ا ب حـ إذا كان : (ا حـ)^2 = (ا ب)^2 + (ب حـ)^2

فإن : $\angle$ ب تكون ....

أ حادة   ب قائمة   جـ منفرجة   د مستقيمة

(و) فى الشكل المقابل :



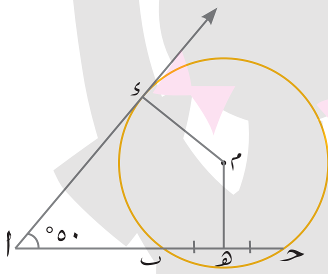
فى الدائرة م إذا كان : ق (ب حـ⌒) = °٨٠

فإن : ق ($\angle$ ا) = ... °

أ ١٠   ب ٢٠

جـ ٣٠   د ٤٠

٢ أ فى الشكل المقابل :



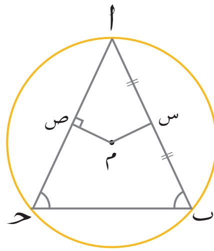
ا ء⃖ مماس للدائرة م عند ء

، ا ب⃖ يقطع الدائرة م فى ب ، حـ

، ق ($\angle$ ا) = °٥٠ ، هـ منتصف ب حـ

أوجد : ق ($\angle$ ء م هـ)

ب فى الشكل المقابل :



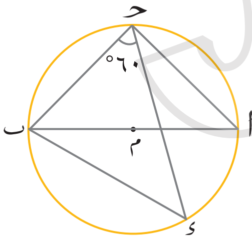
Δ ا ب حـ مرسوم داخل الدائرة م

، ق ($\angle$ ب) = ق ($\angle$ حـ)

، س منتصف ا ب ، م ص $\perp$ ا حـ

أثبت أن : م س = م ص

٣ أ فى الشكل المقابل :



ا ب قطر فى الدائرة م

، ق ($\angle$ ء حـ ب) = °٦٠

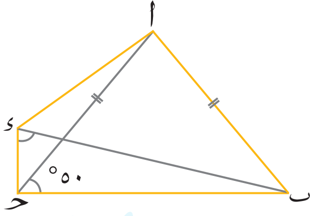
أوجد : ق ($\angle$ ا ب ء)

ب في الشكل المقابل :

ا ب = ا حـ ، ق (∠ ب ء حـ) = ٨٠°

، ق (∠ ا حـ ب) = ٥٠°

أثبت أن : الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى

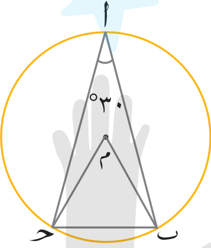


٤ أ في الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ مرسوم داخل الدائرة م ، ق (∠ ا) = ٣٠°

(أ) أوجد : ق (∠ ب م حـ)

(ب) أثبت أن : Δ م ب حـ متساوى الأضلاع

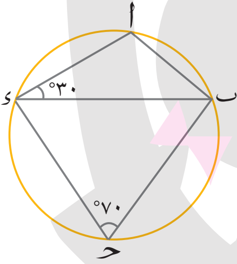


ب في الشكل المقابل :

ق (∠ ا ء ب) = ٣٠°

، ق (∠ حـ) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ ب ا ء)

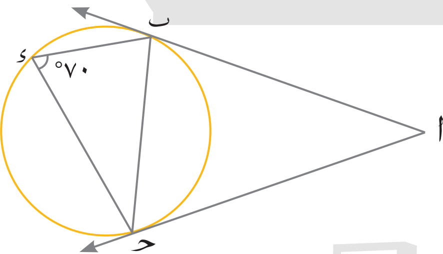


٥ أ في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ا حـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق (∠ ب ء حـ) = ٧٠°

أوجد : ق (∠ ا)



ب في الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ مرسوم خارج الدائرة م التى تمس أضلاعه

$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ا}}$

في ء ، هـ ، و على الترتيب

فإذا كان : ا ء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، حـ و = ٣ سم

فأوجد : محيط Δ ا ب حـ

